# 論文審査の結果の要旨

氏名　鈴木　正明

向きづけ可能なコンパクト曲面の写像類群は，３次元多様体論，Riemann 面のモジュライ空間の理論，Teichmüller 理論，さらには超弦理論等，多くの分野に関わる極めて重要な研究対象である．写像類群の構造を研究する一つの方法として，その有限次元表現を構成し，その性質を調べるというものがある．曲面が境界を持つ場合には，その写像類群は有限階数の自由群の自己同型群のある部分群とみなすことができる．一方，有限階数の自由群やその自己同型群については，その有限次元表現を構成する統一的な方法が知られている．これは，Magnus 表現と呼ばれるもので，Fox の自由微分を用いて代数的に定義されるものである．古典的な，braid 群の Burau 表現や，pure braid 群の Gassner 表現はその代表例であり，これらについては多くの研究がなされてきた．Magnus 表現は写像類群に対しても定義されるが，そのままでは群準同型ではない．しかし，係数をアーベル化し写像類群の重要な部分群である Torelli 群に制限すれば，それは表現となる．この表現については，上記二つの古典的な表現に比べて未知のことが多く，その性質の解明は大きな課題となっている．

論文提出者の鈴木氏は，この写像類群（あるいは Torelli 群）の Magnus 表現について組織的な研究を行い，つぎのような結果を得た．結果は大きく三つに分けることができる．

第一の結果は，Torelli 群の Magnus 表現は忠実ではないことを証明したことである．Burau 表現については，長くその忠実性が問題となっていたが，１２年ほど前に J. Moody が９本以上の braid 群に対して Burau 表現が忠実でないことを示して以来，今日に至るまで多くの関連する研究の発展がある．なかでも，２年ほど前に Bigelow と Krammer により独立に得られた，braid 群の linearity（線形性＝有限次元の忠実な表現が存在すること）の証明は著しい成果である．鈴木氏の上記の結果は，Torelli 群の Magnus 表現に対して対応する第一の段階の事実を証明したもので，今後の研究に大きなインパクトを与えるものと思われる．とくに，写像類群が線形性を持つかどうかという未解決問題の解決への機運が高まることが期待される．

第二の結果は，写像類群の Magnus 表現の既約分解を完全に決定したことである．Burau, Gassner の両表現の既約分解は，かなり以前に知られていたものであるが，鈴木氏の結果は，写像類群の Magnus 表現に対して分解を実行したものである．一般の写像類群は，その特別な場合である braid 群や pure braid 群に比べて格段に構造が複雑であり，その研究には大きな困難が伴う．また，braid 群や pure braid 群には見ら

れない多くの現象が生じることが，これまでの研究で分かってきている．実際，鈴木氏の Magnus 表現の既約分解にも，Burau, Gassner 両表現の分解と類似の性質とともに，全く新しい現象が現れており，興味深いものである．

第三の結果は，写像類群の Magnus 表現の幾何学的な構成による新しい定義の提出である．この構成は，曲面の普遍被覆空間のある相対ホモロジー群への写像類群の作用を利用してなされるもので，極めて自然なものである．この構成の応用として，写像類群の Magnus 表現が高次の意味でシンプレクティックであるという，これまでに知られていた事実の，より内在的な証明が与えられている．また，第一の結果に関連して，Torelli 群の Magnus 表現の核に属する元の部分的な特徴付けが得られている．

以上のように論文提出者の研究は，写像類群および Torelli 群の Magnus 表現の性質に関していくつかの新しい知見を与えるものであり，写像類群の構造の研究に貢献するものである．

よって，論文提出者　鈴木正明　は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．