論文内容の要旨

Theory of Generalized Elastic Wave Equations
(一般化された弾性波方程式論)

安富 義泰

1 Modified Elastic Wave Equations on Riemannian Manifolds and Kähler Manifolds

Euclid 空間 $\mathbf{R}^3$ において, 弾性波方程式の解には縦波と横波が存在する. 今その方程式を Riemann 多様体上に拡張する. 弾性体が歪んだときに発生する歪みテンソルから自然に導かれる方程式の解は一般には縦波と横波に対応する解に分解されない. したがって, 0 階の部分を修正して共変形に直し, p 次微分形式に拡張した方程式を新しく構築する.

M を Riemann 多様体とし, $\widetilde{M} = \mathbf{R}_t \times M$ 上の, 修正された方程式を以下のように定める：

$$P_{\mathrm{R}} := \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\lambda + \mu) d\delta + \mu \delta d.$$

ここで, ρ は密度, λ, μ は Lamé 定数とする. d, δ はそれぞれ外微分, 同伴外微分作用素である. このとき以下の定理が成り立つ.

定理 1.1 $\widetilde{M}$ 上の p 次形式に対する微分方程式 $P_{\mathrm{R}}u = 0$ は双曲型微分方程式系であり, $P_{\mathrm{R}}u = 0$ の p 次 *distribution* 解 u は $u = u_1 + u_2$ として *2* つの異なる伝播スピードを持つ p 次 *distribution* 解 u_1, u_2 に分解される.

続いて, 上述の修正された方程式の類似を Kähler 多様体上で考える. X を Kähler 多様体とし, $\widetilde{X} = \mathbf{R}_t \times X$ 上の, 弾性波型方程式を以下のように定める：

$$P_{\mathrm{K}} := \partial_t^2 + \alpha_1 \partial \overline{\vartheta} + \alpha_2 \overline{\vartheta} \partial + \alpha_3 \overline{\partial} \vartheta + \alpha_4 \vartheta \overline{\partial}.$$

ここで, 係数 $\alpha_i (i = 1, 2, 3, 4)$ は全て正定数であるとする. $\partial, \overline{\vartheta}$ はそれぞれ複素外微分, 同伴複素外微分作用素であり, $\overline{\partial}, \vartheta$ はそれらの共役作用素である. このとき以下の定理が成り立つ.

定理 1.2 $\widetilde{X}$ 上の (q, r) 型微分形式に対する微分方程式 $P_{\mathrm{K}}u = 0$ は双曲型微分方程式系であり, $P_{\mathrm{K}}u = 0$ の (q, r) 型 *distribution* 解 u は $u = u_{13} + u_{14} + u_{23} + u_{24}$ として *4* つの異なる伝播スピードを持つ (q, r) 型 *distribution* 解 u_{13}, u_{14}, u_{23}, u_{24} に分解される.