論文審査の結果の要旨

氏　名　William Gibson

本論文では，3 次元球面の標準的な接触構造に対して横断的な結び目 (transversal knot) について，平面曲線モデルを構成し，いくつかの幾何学的応用を得た．結び目の平面曲線モデルは，A'Campo による divide の理論に由来し，実数上定義された代数曲線の変形から，複素化された特異点の切り口としてあらわれる結び目を構成する方法として導入された．Gibson は，divide 理論を一般の結び目に拡張し，結び目の同値類が平面曲線モデルにおけるいくつかの move によって完全に記述されることを示した．特に，横断的結び目の接触構造に対する横断性を保つイソトピーによる同値関係を平面曲線モデルによって表現した．

Couture と Perron は divide から結び目の組みひも表示を得るアルゴリズムが確立したが，本論文では，これを平面曲線組みひも表示を用いて再構成し，結び目の横断性を保っていることを証明した．また，同様の手法を用いて，横断的結び目理論における Alexander の定理を証明した．

最近，Birman と Menasco によって横断的単純ではないような 3-braid のクラスが発見された．ここで，横断的単純とは，横断的同値類が，結び目の同値類と Bennequin 数のみで決定されることを意味する．横断的単純な結び目は，自明な結び目，iterated torus knot がその例として知られているのみである．Gibson は，平面曲線のある対称性に注目することにより，結び目が横断的単純であるための必要条件を与えた．

さらに，結び目の組みひも指数，結び目解消数といった重要な幾何学的不変量について次のような結果を得た．結び目 K とその鏡像 $\overline{K}$ に対して，それぞれの Bennequin 数の最大数を $\beta(K)$, $\beta(\overline{K})$ と書くと，K の組みひも指数 $n(K)$ について，不等式 $n(K) \geq -(\beta(K)+\beta(\overline{K}))$ が成立する．これは，今までに知られている Morton, Franks, Williams の不等式よりも精密な情報を与える場合がある．また，dvide の概念を tree divide と呼ばれるものに拡張し，対応する結び目の結び目解消数が dvide の 2 重点の数に等しいことを Bennequin 数を使って証明した．

本論文で得られた結果は、独創的で深い内容を含んでおり，幾何学の分野に大きく貢献するものである。よって、論文提出者　William Gibson は、博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。