

論文審査の結果の要旨

氏名 勝 良 健 史

本論文では、広いクラスの C^* -環を構成する方法と、そのように構成された C^* -環の構造が研究されている。局所 compact Hausdorff 空間の自己同相写像から接合積と呼ばれる C^* -環が構成できることは昔から知られており、位相力学系とも関連して非常に多くの研究がある。これらを同相写像 C^* -環と呼ぶ。一方、Cuntz-Krieger に始まる C^* -環の構成を一般化して、有向グラフからグラフ環と呼ばれる C^* -環を構成する方法も近年盛んに研究されている。この二つはこれまで別々のものとして研究されてきたが、本論文ではこれらを統合した一般的な枠組みで C^* -環の構成が研究されており、 C^* -環の構造についても多くの詳細な結果が得られている。これらを含む非常に一般的な構成も Pimsner によって提案されているが、これはあまりにも一般的過ぎて構造解析にはあまり適していない。

上述の Cuntz-Krieger による研究は $\{0, 1\}$ に成分を持つ有限行列から C^* -環を構成するものであった。こうしてできる C^* -環は Cuntz-Krieger 環と呼ばれる基本的なものであるが、この行列は有限グラフを与えているとも考えられるので、この見方に基づいて、無限グラフも含めた、一般のグラフから C^* -環を作る方法が近年多くの人々によって研究されている。その構成法は、グラフによって生成元とそれらの関係式が定まっていると見え、その関係式の定める universal な C^* -環を考えるというものである。本論文では論文提出者は、これを一般化して、位相構造もこめた位相グラフを考え、そこから同様に生成元と関係式で定まる universal な C^* -環を考えた。これは、上述の同相写像 C^* -環も特別な場合として含んでいる。

これらの C^* -環の構成を調べたいのだが、「ある関係式を満たす universal な C^* -環」というのは定義が抽象的で、具体的な構造解析にはあまり適していない。そこで、具体的に関係式が実現されたとき、それらの元の生成する C^* -環が universal なものに同型であることを保証するタイプの定理が非常に有用である。グラフ環や、同相写像 C^* -環については、そのようなタイプの定理がこれまで二種類知られている。本論文では、これら二種類の定理が位相グラフから生じる C^* -環に対して一般化されている。すなわち、1次元トーラスの作用があるときの、ゲージ不変一意性定理と、グラフが「位相的に自由」と言われる条件を満たすときの、Cuntz-Krieger 一意性定理である。

C^* -環の構造解析において基本的なことは、いつ単純環になるかを決定すること、また、単純でないときにもいつ原始的になるかや、どのくらいイデアルがあるかを調べることである。位相力学系については極小性、位相的な推移性という条件があり、これが対応する同相写像 C^* -環の単純性、原始性と同値であることがわかっている。本論文ではこれらの定理も位相グラフから生じる C^* -環に対して一般化されている。また、イデアル構造についても詳しい解析が行われている。

C^* -環の分類理論について近年多くの進展があるが、本論文ではこの話題についてもさまざまな研究がなされている。まず、近年の進展から、分類理論を成功させるためには、 C^* -環について nuclearity と、普遍係数定理を満たすという条件が必要であることが認識されてきている。(後者の条件は前者の条件から従うのかもしれないが、そうであるかどうかは未解決の基本的問題である。) 本論文中では、位相グラフから生じる C^* -環がすべてこの二つの条件を満たすことが示されている。最初に述べた Pimsner の構成では一般に nuclearity は成立しないので、この結果は、この論文での構成が不要に広すぎないということを示している。この二つの条件を満たす C^* -

環については、完全分類が成功しているクラスと、そうでないものの両方があるが、本論文中で構成している C^* -環はこの両方にまたがっている。いずれにしろ、分類するための基本的な不変量は K -群であるが、本論文中ではその K -群を計算するための完全列が KK -理論を用いて与えられている。

以上の結果は C^* -環論に対する重要な貢献であり、よって、論文提出者勝良健史は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。