

論文審査の結果の要旨

氏名 相馬正宜

量子力学的通信路を通して（古典的）情報を伝送する際の通信速度と信頼性に関する達成限界を求めることは、量子情報理論における最も基本的な問題の一つである。この分野は近年急速な発展を遂げ、こうした問題に関する種々の一般的定理が得られるようになった。しかし、これらの定理を具体的な通信路に適用した場合、そこから物理的・工学的に有用な知見を得ることは必ずしも容易ではない。相馬氏の仕事は、量子ガウス状態を用いた量子通信系についてこれを実行したものである。量子ガウス状態は古典確率論の正規分布に相当する重要な量子状態族であり、コヒーレント状態、スクィーズド状態、熱平衡状態などを特殊な場合として含んでいる。

氏はまず、量子特性関数（非可換フーリエ変換）の性質を巧みに利用して、量子ガウス状態の基本公式（べき乗公式、積公式、フィデリティ公式など）を導き、量子ガウス状態に関する種々の情報量の具体的な表現を得た。続いて、これらの表現をいくつかの代表的な量子通信系に適用し、伝送に用いる状態や通信路のパラメータを変化させたときの様子を詳しく解析した。特に、(1) 一般のシングルモード量子ガウス状態に対する通信容量の公式、(2) 一般のシングルモード量子ガウス状態に対する量子 Gallager 関数公式、(3) 熱雑音の影響を受けたコヒーレント状態（混合状態）に対する信頼性関数の expurgated bound、(4) スクィーズド状態に対する信頼性関数の下界、(5) 一般のシングルモード量子ガウス状態に対する zero rate exponents の上界と下界、を求めた。

次に、氏は量子状態選択の問題（伝送中の信号の減衰と熱雑音の影響を受ける場合に伝送媒体として最適な量子ガウス状態を決定すること）、および2元離散化の問題（量子通信路符号化で使われる量子状態を2つに制限した場合の通信容量とその制限が存在しない場合の通信容量との比較）を量子通信符号化定理に基づいてとらえなおした。その結果、スクィーズド状態に対して、(1) 高雑音域での通信容量の減少、(2) 状態の複素振幅の実成分を用いた場合の通信容量の増大、(3) 低レートの信頼関数値の増加、などを証明した。また、最適な2元離散化による通信容量が、(1) 信号エネルギーが十分小さければ、制限のない通信容量とほぼ一致する、(2) zero rate exponents は制限なしの場合の値と常に一致する、などを示し、スクィーズド状態の利用や2元離散化などがどのような場合に有効になるかを明らかにした。これらの問題は量子通信の実用化を考える上で大変重要であり、そこに厳密な情報理論的知見をもたらしたことの意義は大きい。

論文全体を通して、複雑な計算を実行して明解な結果を得る計算力、古典および量子情報理論の理論的成果に精通し、それを使いこなす数理科学的な能力、実際の量子通信系で何が重要となるかを見極める工学的センスなどが随所に見て取れる。また、それらを総合して一つのテーマへ収束させた構想力も評価できる。論文の記述も読みやすく、よくまとまっている。よって、論文提出者 相馬正宜 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。