

## 論文の内容の要旨

論文題目                    相関関数のウェーブレット解析とむだ時間測定への応用

氏 名                        田原鉄也

本論文では相関関数のウェーブレット解析とそれを利用した線型時不変系のむだ時間測定という二つの関連する内容から構成されている。

まず最初に相関関数のウェーブレット解析について述べる。相関解析とその周波数領域版であるスペクトル解析は画像処理, 計測, システム同定, 振動解析など幅広い分野で利用されている。一方, ウェーブレット解析はアナライジングウェーブレットと呼ばれる母関数を拡大縮小 (スケーリング) と平行移動して作られる基底関数を用いて信号を解析する手法である。様々な特徴を持っているが, そのうち本論文に関連して重要なものとして時間 - 周波数領域解析であること, 分解能が周波数依存であり自動的に適切に調整されること, 基底関数が互いに相似であることがあげられる。ウェーブレット解析では信号そのものの解析は幅広い分野で行われ応用されているが, 相関関数に対して適用された例は殆ど無い。本論文の目的の一つは, 相関関数のウェーブレット解析の性質を定量的に調べ, その有用性を明らかにすることである。ウェーブレット解析は未知の対象を解析する手段として優れており, 初期解析には特に有効である。後述するように相関関数のウェーブレット変換は相関解析とスペクトル密度の解析の両方の性質を持ち

合わせているので、従来の相関ベースの解析手法の長所を活かしつつ、未知の対象を中心として更に強力なツールとなることが期待される。

本論文では相関関数のウェーブレット変換の性質を2つの観点から解析した。一つはスペクトル密度やその推定法との関係であり、その関係を強くする適切なアナライジングウェーブレットについてである。もう一つは相互相関関数のウェーブレット変換を介した伝達特性の間接的なウェーブレット解析についてである。

従来から相関関数のウェーブレット変換とスペクトル密度との関係は指摘されていたが、定性的な解析が主であり、定量的な解析は為されていなかった。本論文では両者の関係を定量的に解析した。その結果、適切なアナライジングウェーブレットを選べば、相互相関関数のウェーブレット変換は相関をとった2つの信号の時間差をずらしながらスペクトル解析を行なっていることと等価であることがわかった。また、アナライジングウェーブレットとして正弦波  $e^{j\omega_p t}$  ( $\omega_p$  はアナライジングウェーブレットの中心周波数) と偶関数の窓関数の積を選ぶと良いことがわかった。このようなアナライジングウェーブレットは相関関数のウェーブレット変換を用いてスペクトル密度を推定する際のバイアスを抑え、どの周波数を解析しているのかを明確にする。これまでアナライジングウェーブレットの選択については経験的にガボール関数(ガウシアンと正弦波の積)などが良い結果を出すことが知られていたが、本研究では相関関数のウェーブレット変換に限られた結果とはいえ、ガボール関数の有用性を理論的に示すことができた。

伝達特性の間接ウェーブレット解析については、信号とアナライジングウェーブレットが一定条件を満たした時、相互相関関数のウェーブレット変換と、相関をとった2つの信号間の伝達特性のインパルス応答のウェーブレット変換とが等価になることを示した。すなわち、相互相関関数をウェーブレット解析することで間接的にインパルス応答をウェーブレット解析することができる。インパルス応答には伝達特性の有用な情報が含まれるが、一般には直接ウェーブレット解析することはできないので、比較的容易に計算できる相関関数のウェーブレット変換を介して解析できることには大きな意味がある。この性質は後述するむだ時間測定の解析でも利用されており、信号処理や計測などへの応用が期待される。

次に相関関数のウェーブレット変換を用いたむだ時間測定について述べる。制御系においてむだ時間は重要なパラメータであり、これまでも様々な方法が提案されてきた。また、むだ時間測定は音響学では遅延時間測定、流体計測では流量や流速の計測に対応

し、これらの分野でも様々な手法が提案されてきた。主なものだけでもステップ応答を用いる手法、相関解析やスペクトル解析に基づいた手法、モデルを用いた手法などがある。

ここで、本研究の元となった研究や手法について簡単に触れる。相関関数を用いたむだ時間測定法は古くから利用され、様々なバリエーションが存在する。しかし、むだ時間以外のダイナミクスの影響により正確なむだ時間が測定できない場合があった。また、ウェーブレット解析を用いたむだ時間測定法としてステップ応答のウェーブレット変換からむだ時間を測定する手法があったが、ステップ入力を加えられない測定対象には適用できないという問題点があった。一方、ウェーブレット変換に相関解析を適用することでむだ時間を測定する手法が提案された。本研究はそれらの研究を元に理論的解析しやすいよう修正や工夫を加えたものになっている。

提案した手法の手順は以下の通りである。まず、測定対象の入力と出力の相互相関関数を計算する。次に複素関数のアナライジングウェーブレットを用いてそのウェーブレット変換を求める。それからその位相値を時間 - 周波数領域上に等高線プロットする。するとその等高線からグラフィカルにむだ時間を読み取ることができる。

従来手法に対する本手法の長所について述べる。本手法では試験信号として特別な信号を必要とせず、通常の不規則信号を利用してむだ時間を測定できる。また、測定対象の構造に関する事前情報(次数、相対次数、閉ループ系かどうかなど)を必要としない。これはモデルベースの手法と比べて有利な点と言える。加えて閉ループ系全体が安定であれば測定対象そのものが不安定系でも測定可能という長所もある。精度に関して言えば従来の相関関数を用いた手法より高い精度で測定可能である。これはウェーブレット解析が時間 - 周波数解析であるため、むだ時間による遅れ(周波数に依らず一定)とそれ以外の遅れ(周波数に依存する)が容易に区別できるからである。

本論文では提案したむだ時間手法を 2 つの方法で解析し、むだ時間が測定可能であることを理論的に示した。ひとつ目の方法では、相関関数のウェーブレット変換とスペクトル密度の関係を利用し、相関関数のウェーブレット変換と周波数応答の関係から測定可能であることを示した。もう一つの方法では、むだ時間に対応するインパルス応答の特異点(不連続点)を相関関数のウェーブレット変換から間接的に検出できることを示すことで測定可能であることを示した。この特異点検出においては、ウェーブレット解析の特徴の一つである基底関数の相似性が利用されている。結局、両者の間では測定

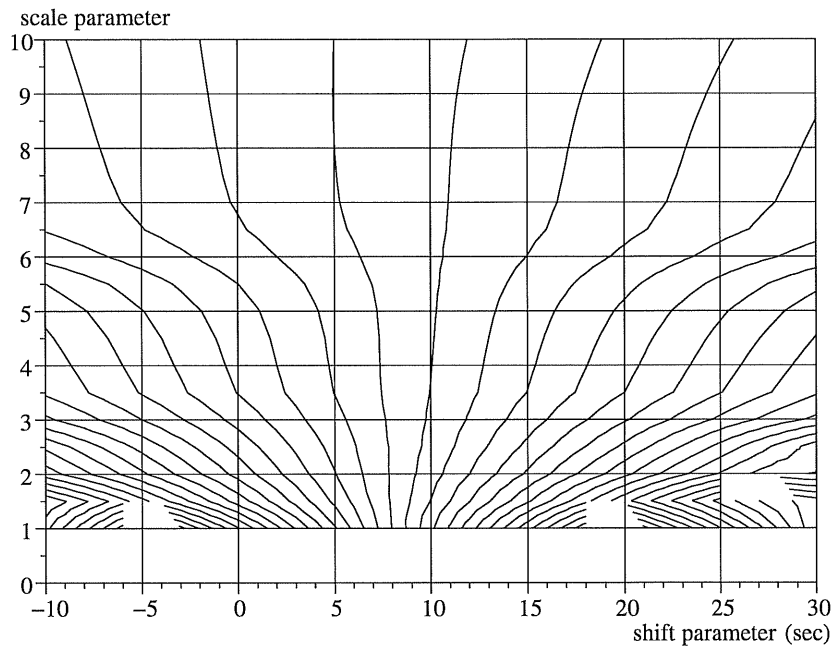


図 1. 入出力の相互相関関数のウェーブレット変換の等位相線図 (位相値の等高線). 横軸が時間に対応するシフトパラメータ, 縦軸が周波数の逆数に対応するスケールパラメータ. スケールパラメータを 0 に近づけると (周波数を高くすると), 等位相線は 8 秒付近に集まってくる. よってむだ時間は 8 秒前後と推定される.

可能となる条件など多少の相違はあるが, 得られた等位相線 (位相値の等高線) は同一となった.

本論文で提案した手法をドラムボイラプラントに適用した結果が図 1 である. 横軸が時間に相当するシフトパラメータで, 縦軸が周波数の逆数に対応するスケールパラメータである. スケールパラメータを 0 に近づけた時に等位相線が集まる場所がむだ時間に対応している. また, 他の実プラントへの応用実験や計算機上での数値実験でも良い結果が得られ, 提案した手法の有用性が確認された.