

論文内容の要旨

論文題目 流線曲率を伴う壁面剪断乱流の輸送機構に関する研究

氏名 長田光広

1. 概論

曲率を有する壁面上の流れは、翼面上、配管内の流れなどにおいて現れる。特にターボ機械においては、翼列間の流れに代表される。近年エネルギー問題及び分散エネルギー・システムの構築の観点から注目を集めるマイクロガス・タービンでは、小型化の要請から圧縮機、タービンの構成要素であるインペラの流れは強い曲率の影響を受ける。マイクロガスタービンの性能向上の観点からも、流線曲率を有する壁面剪断乱流を支配する物理機構の解明及びその高精度な予測手法の開発は非常に重要である。

曲がりチャネル乱流に関する実験研究は過去にEskinazi & Yeh⁽¹⁾、Wattendorf⁽²⁾らによって行われてきた。しかし、それらの研究は主に1次統計量分布の考察に限られており、また、それぞれ壁面曲率半径のひとつの条件下において実験を行っているため、曲率半径の変化に対する乱流場の系統的な理解が不十分である。一方、実験と同様に乱流構造の理解に対し有力なツールであるDNSにおいては、過去にMoser & Moin⁽³⁾により”弱い”曲率における計算が行われているのみである。そこで本研究では、曲がりチャネル乱流のDNSを行い、凹面、凸面それぞれにおける乱流の生成、散逸機構を明らかにし、同時に曲率の違いに対する乱流場の変化について系統的な知見を得ることを第一の目的とする。

一方、近年非定常性及び大規模剥離渦の再現可能な乱流モデルであるLESの設計段階への適用に対する期待が高まっている。しかし、曲率流への適用に際するSGSモデル自身の問題点、特にSGSモデルの予測精度及びそれに対し働く体積力の影響に関する考察は全く行われていない状態である。そこで、曲率流の予測に適したSGSモデルの導出及びその検証を本研究における第2の目的とする。

2. 数値計算手法

反変速度を基本変数とした一般座標表現でNavier-Stokes方程式を表す。格子系はスタガード格子である。連続の式、運動量式のカッピングにはフラクショナル・ステップ法⁽⁴⁾を用いた。空間離散化は2次精度中心差分であり、時間離散化は全項Crank-Nicolsonスキームを用いた陰解法⁽⁵⁾である。

図1に計算領域を示す。 δ はチャネル半幅、 Rc をチャネル中心の曲率半径とする。計算は、表1の4条件の曲率半径に対して行った。計算領域は、チャネル中央における主流方向、壁面垂直方向、及びスパン方向にそれぞれ $2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$ 、格子点数は $64 \times 128 \times 64$ とした。

3. 曲がりチャネル乱流の直接数値シミュレーション

3.1 摩擦係数、ヌッセルト数分布

図2に、それぞれの曲率に対する摩擦係数及びヌッセルト数の分布を示す。 C_f 及び Nu は次式で定義される。 $\langle \rangle$ は各壁面から最大速度点まで、[]は最大温度点までの平均を意味する。

$$C_f = 2\tau_w / (\rho \langle u_g \rangle^2) \quad (1)$$

$$Nu = 2hd / \lambda \quad , \quad h = q_w / (T_w - [T]) \quad (2a, b)$$

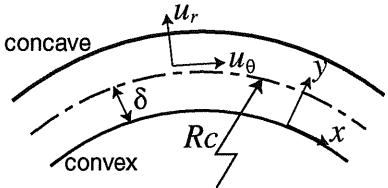


Fig. 1 計算領域

	δ/R_c	Re_τ
case 1	0.013	150
case 2	0.05	150
case 3	0.1	150
case 4	0.2	150

Table 1 計算条件

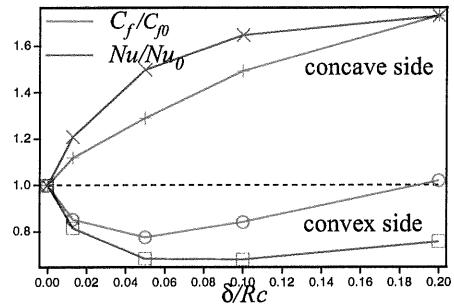


Fig. 2 C_f, Nu 分布

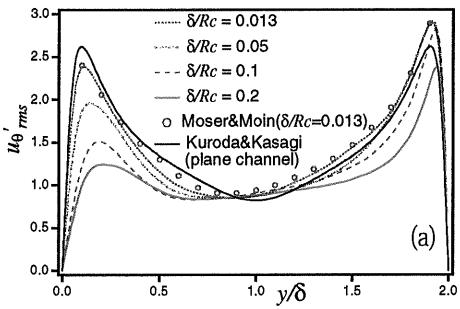


Fig. 3 乱流強度分布 ((a): 主流方向成分, (b): 半径方向成分)

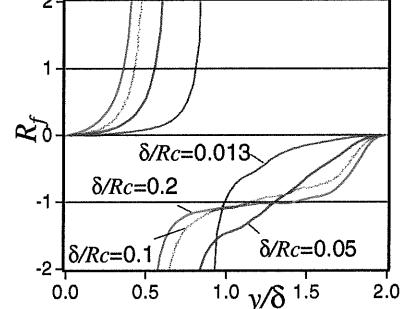
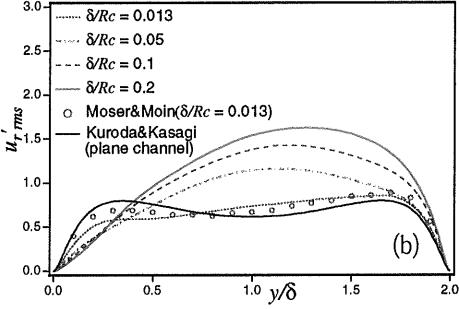


Fig. 4 フラックス・リチャードソン数分布

凸面側における安定性及び凹面側における不安定性に起因し、凸面側では曲率の増大に伴い C_f の値は減少、また凹面側では増大する。 Nu も同様の傾向を示しているが、曲率に対する変化率は C_f の場合と比較して大きい。

3.2 乱流強度の曲率変化

図3に、主流、半径方向の乱流強度の曲率変化を示す。曲率増大に伴う安定化作用により、凸面側における乱流強度の減少が顕著である。それとは対照的に、凹面近傍における主流方向乱流強度の変化は比較的少ない。また、半径方向乱流強度が曲率の増大に伴いチャネル中央近傍で卓越することが大きな特徴であり、特に曲率が0.05を越えると乱流強度の半径成分は主流成分を上回るようになる。

3.3 フラックス・リチャードソン数

リチャードソン数は、成層流に働く浮力の効果を表す為に定義される無次元数であるが、Bradshaw⁽⁶⁾により同じく体積力の働く曲率流れに対し拡張された。フラックス・リチャードソン数 R_f は主流方向乱れのせん断生成に対する半径方向乱れの生成の比にマイナスを乗じたものであり、次式で表される。

$$R_f = \frac{2\bar{v}_\theta / r}{r \partial(\bar{v}_\theta / r) / \partial r} \quad (3)$$

主流方向及び半径方向の生成項は次式で表される。

$$P_\theta = -2 \left(\bar{v}_\theta' \bar{v}_r' r \frac{\partial(\bar{v}_\theta / r)}{\partial r} + 2 \bar{v}_\theta' \bar{v}_r' \frac{\bar{v}_\theta}{r} \right) \quad (4)$$

$$P_r = 4 \bar{v}_\theta' \bar{v}_r' \frac{\bar{v}_\theta}{r} \quad (5)$$

ここで、 P_θ の第2項と P_r は大きさが等しく符号が反対である。つまり、遠心力を介した主流方向と半径方向間の乱れエネルギーの再分配を表している。従って、 R_f はせん断生成に対する再分配の割合を示す指標でもある。図4に R_f の分布を示す。 R_f の値は、凸面側では $R_f > 0$ 、つまり、半径方向から主流方向への乱流応力の分配が起こっているが、その値はせん断生成に対し小さい。一方、凹面側では $R_f < 0$ であり、主流方向から半径方向への乱流応力の分配が生じている。特に曲率の大きい場合には、チャネル中央近傍において $R_f < -1$ である為、せん断生成よりも大きなエネルギーが主流成分から半径成分に流れれる。このことが、図3にみられるチャネル中央近傍での主流方向乱れの抑制及び半径方向乱れの卓越の直接の原因であると考えられる。

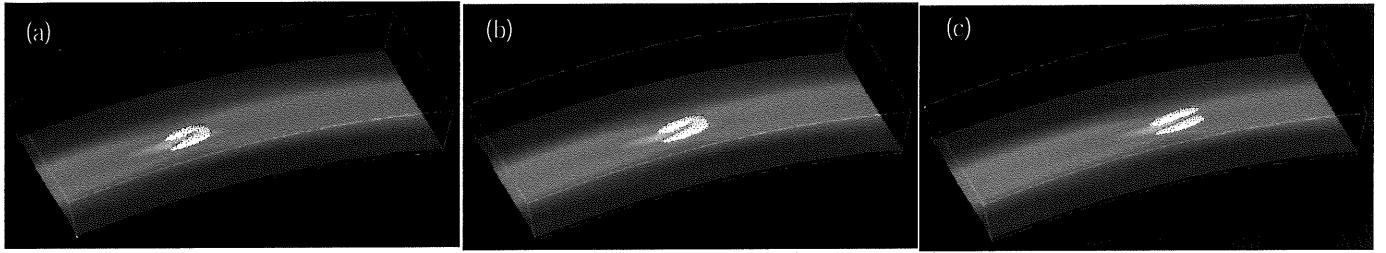


Fig. 5 凸面側における第四象限渦構造及び高速領域の時間発展
(白: $\text{II}^+=-0.00022$ の等値面, カラーコンタ: $\hat{u}_\theta(y^+=10)$) (a): $\tau^+=-10.5$ (b): $\tau^+=0$ (c): $\tau^+=10.5$

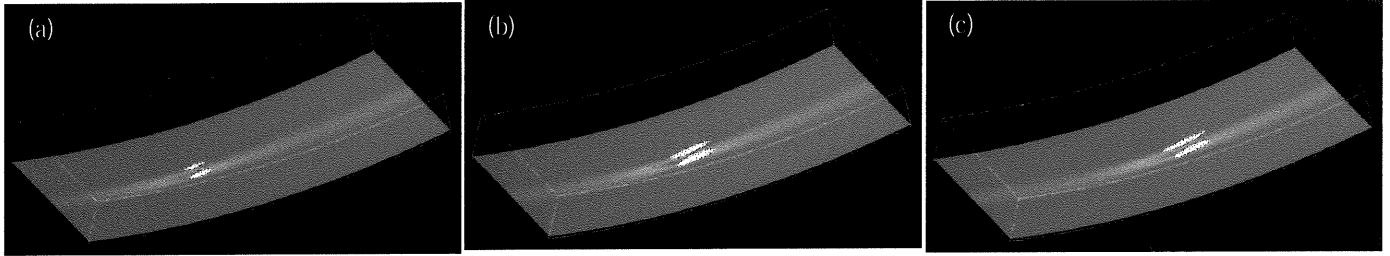


Fig. 6 凹面側における第四象限渦構造及び低速領域の時間発展
(白: $\text{II}^+=-0.0013$ の等値面, カラーコンタ: \hat{u}_θ 分布($y^+=10$), (a): $\tau^+=-10.5$ (b): $\tau^+=0$ (c): $\tau^+=10.5$)

4. 時空間 LSE

LSE(Linear Stochastic Estimation)は, Adrian⁽⁷⁾によって考案された手法であり, 流れ場のある点で与えた条件に対する物理量の分布を, 空間的に統計推定する. 本研究では, 流れ場の代表構造の時間的な変化を考察することを目的として, この手法を時空間推定に拡張する. 条件速度を $u_{ci}(x_i, t)$, 推定速度を $\hat{u}_i(x', \tau; x, t)$ として, 推定速度を条件速度の1次式で表す:

$$\hat{u}_i(x', \tau; x, t) = A_{ij} u_{cj}(x, t) \quad (6)$$

推定係数 A_{ij} は推定速度と条件付平均間の誤差の最小二乗条件より求まる. 今回速度条件を与える点として, 凸面, 凹面それぞれにおいて乱れ強度の最大となる点にほぼ対応する $y^+=15$ を選び, 速度条件にはレイノルズ応力の第4象限に対する最大貢献の速度を与えた. 図5に凸面側において推定された第4象限渦構造及び高速領域の時間発展の様子を示す. まず, 凸面側では $\tau^+=-10$ においてヘアピン状の渦となっており, その形状は与えた条件速度に対する推定渦 ($\tau^+=0$) となるまで保持される. その後, 渦構造はヘアピンのヘッドに相当する部分を失い, 一組の主流方向渦対となって減衰しつつ下流方向に対流していく ($\tau^+=10.5$). 一方, 凹面側における第4象限渦構造の時間発展(図6)は, まず時間 $\tau^+=-10.5$ ではスパン方向に並んだ渦対が検出され, その渦が $\tau^+=0$ における推定渦度場に向け発達する. なお, 先程の凸面側とは異なり, $\tau^+=0$ で推定される渦構造は主流方向渦対のままである. また, その渦対の下部では高速ストリームが推定されている. さらに時間の経過した $\tau^+=10.5$ では, 流下に伴い渦対は次第に細くなり. 同時に高速ストリームの弱まる様子がわかる.

図7に, 凸面側の y - z 断面における時間 $\tau^+=0$ 及び $x'=0$ での推定速度 \hat{u}_r , \hat{u}_z のベクトル線図及びレイノルズ応力 $-\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ の面コンタを示す. 図の上面はチャネル中央に対応する. 面コンタ分布より, 第4象限の条件速度の点では, 強いレイノルズ応力の生じていることがわかる. 同じ点において第4象限運動の下降流を表す速度ベクトルがみられるが, 同時に $z'=0$ の線に沿いチャネル中央より速度条件点に向かう強い下降流を作り出している一对の大きなロールセル

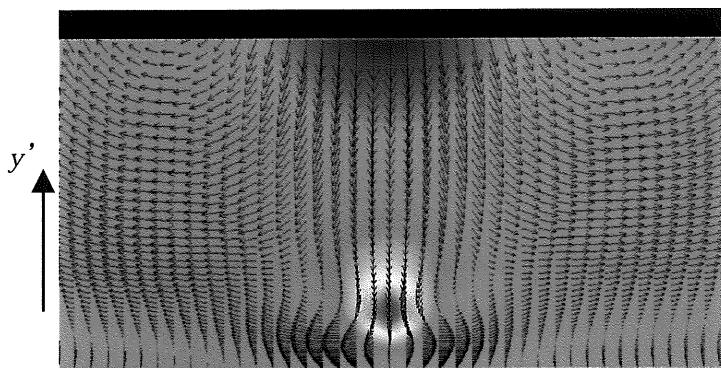


Fig. 7 凸面側における推定速度ベクトル \hat{u}_r , \hat{u}_z 及び推定レイノルズせん断応力 $\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ コンタ ($\tau^+=0$, $x^+=0$)

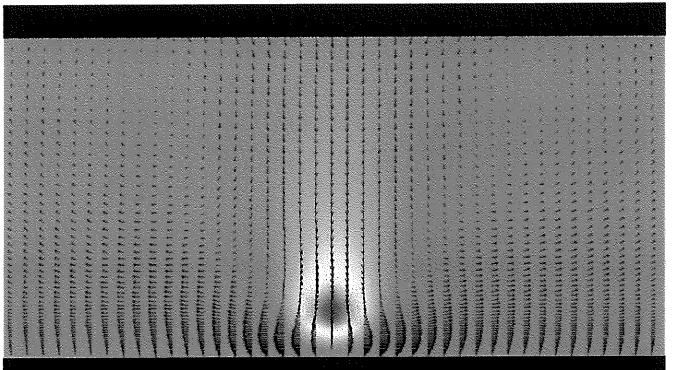


Fig. 8 凹面側における推定速度ベクトル \hat{u}_r , \hat{u}_z 及び推定レイノルズせん断応力 $\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ コンタ ($\tau^+=0$, $x^+=0$)

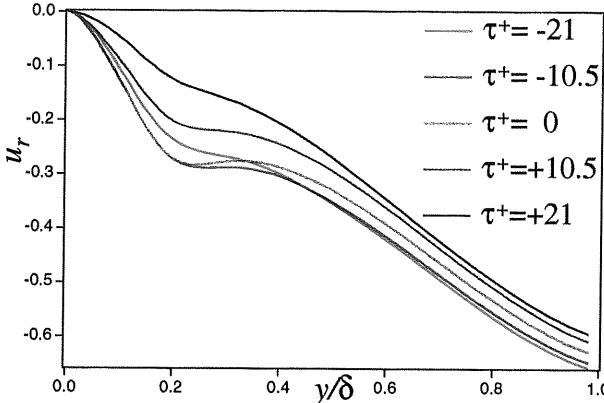


Fig. 9 対流速度にのってみたときの推定速度 \hat{u}_r の時間変化
(凸面側, $z' = 0$, 時間 $\tau^+ = 0$ のとき $x' = 0$)

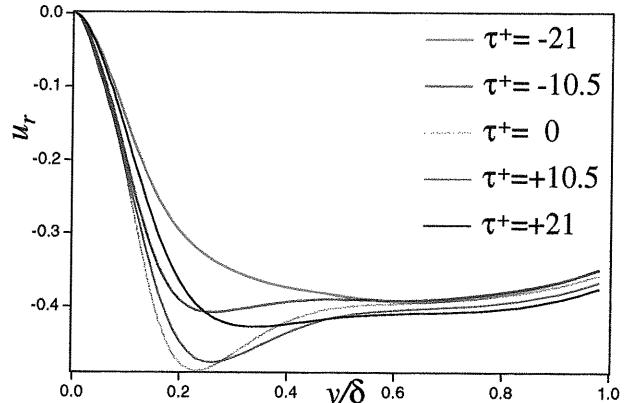


Fig. 10 対流速度にのってみたときの推定速度 \hat{u}_r の時間変化
(凹面側, $z' = 0$, 時間 $\tau^+ = 0$ のとき $x' = 0$)

状の渦も観察される。この結果は、安定である凸面側において遠心力に抗して第4象限運動の発達するためには強い渦運動が必要であることを示しているものと思われる。次に、図8に凹面側の推定速度 \hat{u}_r, \hat{u}_t のベクトル線図及びレイノルズ応力 $\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ の面コンタを示す。速度条件点に向かうチャネル上方からの流れが生じており、それが $z' = 0$ の軸に沿って速度条件点での第4象限運動をつくり出し、その後、スパン方向両側向きの壁面平行流へと転化している様子がわかる。また凸面側とは異なり、チャネル中央近傍での強い渦運動はみられない。この結果は不安定な凹面側では流体が高速になれば遠心力により第4象限運動が発達するため、第4象限運動の生起には強い渦運動を必要とせず、むしろ自律的であることを示しているものと思われる。また、これら断面速度ベクトル線図に現れている特徴的な鉛直流の様子に関し定量的にみるため、図9, 10に凸、凹面それぞれにおける時間 $\tau^+ = 0$ 及び $x' = 0$ で $z' = 0$ の軸に沿った鉛直方向推定速度 \hat{u}_r の対流速度にのってみたときの時間変化を示す。まず凸面側(図9)では、チャネル中央近傍 ($y/\delta \sim 1.0$) では \hat{u}_r の値は最も前の時間 $\tau^+ = -21$ において絶対値で最大であり、その後時間経過と共に単調減少している様子がわかる。このことは前の時間($\tau^+ < 0$)で壁面遠方より下降流が入りこむことによって時間 $\tau^+ = 0$ の速度条件点で強い下降流が生じることを示しているものと思われる。一方、壁面近傍領域に着目すると、 y/δ が0.2近傍では時間が $\tau^+ = -21$ から -10.5になるとチャネル中央から入り込む下降流に対応し半径方向流速値は絶対値で急激に増大する。その後、時間 $\tau^+ = 0$ でも同様の流速値であるが、 y/δ が0.4近傍ではすでに値が減り始めている。さらに、時間が $\tau^+ = 10.5, 21$ と経るにつれ、凸面側の安定化作用に伴い半径方向推定流速は急激な減少を示している。それに対し凹面側(図10)では凸面側とは異なり、チャネル中央部における半径方向推定速度のピークは現れておらず、第4象限運動は壁面近傍領域において自律的に行われているものと推測される。また、推定速度は時間 $\tau^+ = 0$ でピークを迎えており、その発達及び衰退の両過程は発達に比べ衰退の方が大きく推定されている。これは先程の凸面側の結果とは対照的である。この様子は、第4象限運動を促進する作用をもつ遠心力により、第4象限運動の衰退が抑制されている結果であると解釈できる。

5. 曲率効果を導入した SGS モデル

5.1 遠心力を考慮した SGS モデルの導出

本説では、流線曲率を有する壁面せん断乱流の解析に適したLESモデルとして、遠心力の効果を組み込んだSGSモデルを導出する。モデル導出は、Yoshizawa *et al.*⁽⁸⁾によるWETの方法に従う。この手法では、SGS応力の輸送方程式を考え、SGS応力の生成項に対し対流のタイムスケールを乗じることによりSGSモデルが導出される。本研究では、モデル導出時の仮定により、等方型と非等方型の2つのモデルを導出する。それぞれの具体的な形は

等方型モデル：

$$\begin{aligned} \overline{u_i' u_j'} &= -2\bar{A}\sqrt{(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k)(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k)} C(\bar{S}_{ij}) \\ &+ 2(\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} - \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta}{r} + (\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} + \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta}{r} \\ &- (\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} + \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta}{r} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \overline{u_i' u_j'} &= \frac{C\bar{A}}{\sqrt{(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k)(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k)}} \left\{ \left((\bar{u}_i - \bar{\bar{u}}_i)(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + (\bar{u}_j - \bar{\bar{u}}_j)(\bar{u}_k - \bar{\bar{u}}_k) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \right. \\ &+ 4(\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} - \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta(\bar{u}_\theta - \bar{\bar{u}}_\theta)(\bar{u}_r - \bar{\bar{u}}_r)}{r} - 2(\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} + \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta((\bar{u}_r - \bar{\bar{u}}_r)^2 - (\bar{u}_\theta - \bar{\bar{u}}_\theta)^2)}{r} \\ &\left. - 2(\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} + \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta(\bar{u}_r - \bar{\bar{u}}_r)(\bar{u}_t - \bar{\bar{u}}_t)}{r} + 2(\delta_{i\theta}\delta_{j\theta} + \delta_{i\theta}\delta_{j\theta}) \frac{\bar{u}_\theta(\bar{u}_\theta - \bar{\bar{u}}_\theta)(\bar{u}_t - \bar{\bar{u}}_t)}{r} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、非等方型モデルに関しては、更にトレースフリー操作が施される。上記モデル中、2項目以降が遠心力による生成項を表現する。どちらの形式に対しても、主流成分($i, j = \theta$)及び半径成分($i, j = r$)間の遠心力を介したSGSエネルギーの再分配が陽に表現されている。また、等方型モデルでは、弱非等方の仮定よりSGSせん断応力 $\overline{u_\theta' u_r'}$ の遠心生成

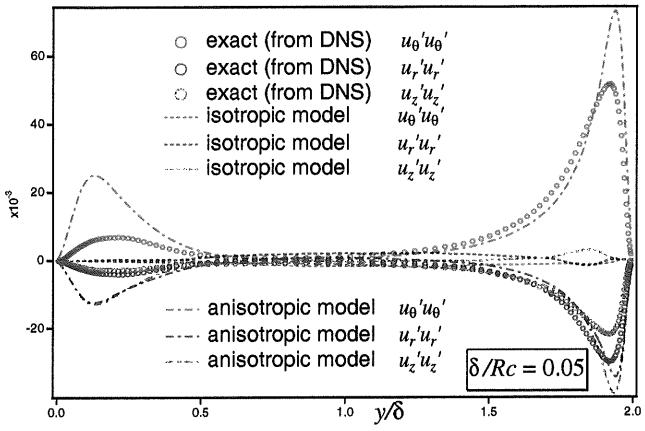


Fig. 11 *a priori* テストによる SGS 垂直応力分布

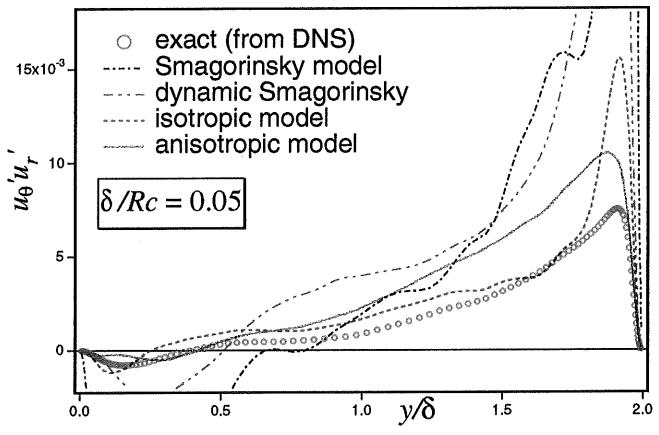


Fig. 12 *a priori* テストによる SGS せん断応力分布

	$C_{f\parallel}$	$C_{f\perp}$
DNS	5.79×10^{-3}	1.17×10^{-2}
Smagorinsky model	6.70×10^{-3}	1.43×10^{-2}
isotropic model	6.795×10^{-3}	1.46×10^{-2}
anisotropic model	6.262×10^{-3}	1.422×10^{-2}

Table 2 *a posteriori* テストによる摩擦係数値

項は消失する。

5.2 *a priori* テスト

以上のモデルを用いた *a priori* テストを行う。本テストは流線曲率を有する壁面せん断乱流の DNS データに対し空間フィルタ操作を施すことにより行った。フィルタ幅は DNS 格子間隔の 2 倍とした。図 11, 12 に *a priori* テストによる SGS 垂直およびせん断応力分布を示す。SGS 垂直応力に関しては、等方モデルでは垂直応力を殆ど予測できていないのに対し、非等方モデルは DNS による厳密値に対し過大予測しているものの傾向をよく捉えていることがわかる。一方、SGS せん断応力に関しては標準 Smagorinsky モデルでは DNS による結果に比較して過大予測している。それに対し、等方モデル及び非等方モデルの結果は、DNS による厳密値に対する良い予測となっていることがわかる。特に非等方モデルでは、凹面側におけるピーク値は等方モデルの値に比べ厳密値に対し近くなっている。さらに、凸面側でも非等方モデルの予測値は等方モデルに比べ厳密値により近づき、特に SGS せん断応力のゼロとなる点は良く一致する。このことは、非等方モデルでは SGS せん断応力生成項まで陽に考慮されていることの反映であると思われる。

5.3 *a posteriori* テスト

本節では、導出モデルを用いた実際の LES 計算を行う。計算領域は DNS と同じく $2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$ 、格子点数は x, z 方向の格子間隔が DNS の 2 倍となるよう $32 \times 128 \times 32$ とした。DNS データとの比較のため、 $Re_t = 150$ とし、曲率 $\delta/R_c = 0.05$ について解析を行った。SGS モデルには、本研究において導出した等方及び非等方型モデルの他に比較の為に標準 Smagorinsky モデルも用いている。その際、Smagorinsky 定数は 0.1 とし、Van Driest damping function を課した。表 2 に *a posteriori* テストにより得られた摩擦係数の値を示す。表中 $C_{f\parallel}, C_{f\perp}$ はそれぞれ凸面及び凹面側における摩擦係数を示す。いずれのモデルを用いた結果も、値に大きな差異は見られず、摩擦係数を一様に過大予測している様子がわかるが、その中でも非等方モデルが DNS に対し最も近い予測を示している。また、図 13 は乱流強度分布である。安定である凸面側において、主流方向乱流強度が Smagorinsky, isotropic, anisotropic モデルの順で小さくなっている。DNS の値に対し近づいている様子がわかる。凸面側における乱流強度の抑制が曲がりチャネル乱流の特徴の一つであるから、遠心力効果を SGS モデルに導入した結果凸面側での乱流強度の抑制が再現されるのは自然な帰結であると考えられる。一方、凹面側において主流方向乱流強度を過大評価し、半径及びスパン方向乱流強度が抑制されるというのは平板チャネルの LES 計算において表れる傾向と同様であり、各モデル間に有意な差はみられない。

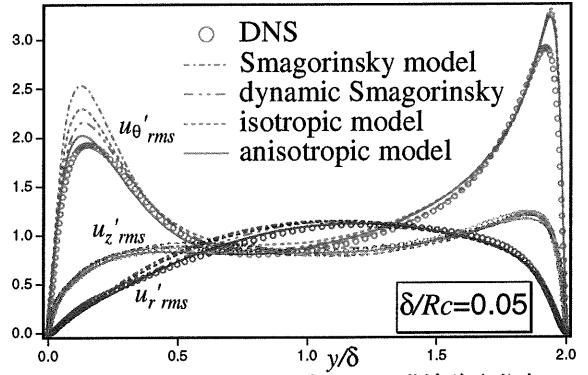


Fig. 13 *a posteriori* テストによる乱流強度分布

	δ/Rc	Ro_τ
case 1	0.1	-5.0
case 2	0.1	-2.5
case 3	0.1	+2.5
case 4	0.1	+5.0

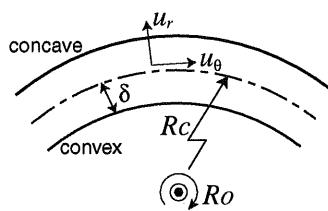


Table 3 計算条件

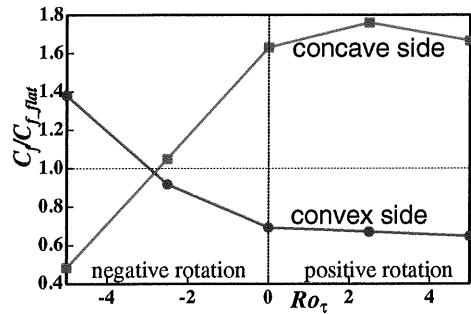


Fig. 14 計算領域

Fig. 15 回転数による摩擦係数の変化

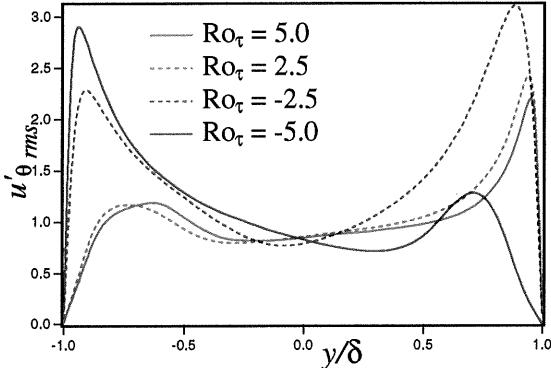


Fig. 16 主流方向乱流強度分布

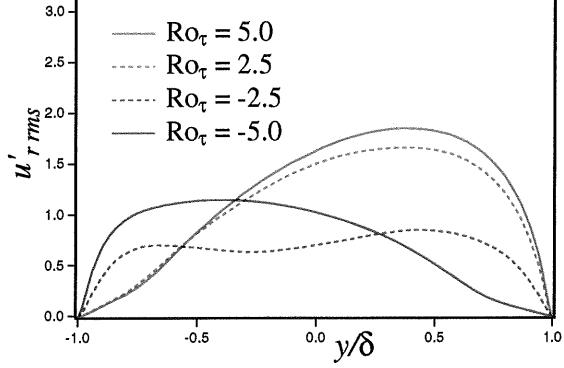


Fig. 17 半径方向乱流強度分布

6. 回転効果の重畠した曲がりチャネル乱流の解析

実際のガスタービン内流动場は、流線曲率と同時に回転効果による支配も受ける。本節では回転効果の重畠した曲がりチャネル乱流の直接数値シミュレーションを通じ、流線曲率及び回転の複合効果が壁面剪断乱流に対し与える影響について検討する。図14に計算領域を示す。 δ はチャネル半幅、 Rc をチャネル中心の曲率半径とする。図の回転方向は正回転($Ro_\tau > 0$)であり、このとき回転によるコリオリ力は凹面方向に作用する。計算は、表3の4条件に対して行った。全条件に対して曲率半径には、5kw及び30kwマイクロガスタービン内の圧縮機及びタービンのインペラ曲率値 $\delta/Rc=0.1$ を採用した。

6.1 摩擦係数及び乱流強度分布

まず図15に摩擦係数分布を示す。尚、図中摩擦係数は平板チャネルにおける値で正規化している。正回転($Ro_\tau > 0$)の場合には、回転数による摩擦係数の変動は比較的小さい。それに対し負回転の場合には摩擦係数の変動は急峻であり、回転数の増大により凸面が不安定に、また凹面側が安定に遷移する様子が明確に現れている。

また図16、17に主流方向及び半径方向の乱流強度分布を示す。正回転($Ro_\tau > 0$)では、回転数の変化による乱流強度の変化は比較的小さい。これは、 $Ro_\tau=2.5$ の時点では既に凹面側が充分不安定になっていることによる。それに対し負回転の場合には回転数の変化による乱流強度の変化が顕著であり、凹面から凸面側への不安定領域の移動がはっきりと現れている。

6.2 フラックス・リチャードソン数

曲率流れと同様に、曲率及び回転効果の重畠流に対してもフラックス・リチャードソン数を定義することができる。曲率に対するリチャードソン数 R_{fc} 及び回転に対するリチャードソン数 R_{fr} はそれぞれ次式となる：

$$R_{fc} = \frac{2\bar{v}_\theta/r}{r\partial(\bar{v}_\theta/r)/\partial r} \quad (9)$$

$$R_{fr} = \frac{Ro_\tau}{r\partial(\bar{v}_\theta/r)/\partial r} \quad (10)$$

図18に正回転におけるフラックス・リチャードソン数の分布を示す。いずれの場合においても、凸面近傍でのフラックス・リチャードソン数は全て正值であり、半径方向から主流方向へのエネルギー分配が生じているが、その値は小さい。一方、凹面では全領域でフラックス・リチャードソン数が負の値を取っており、主流方向から半径方向への乱流エネルギーの再配分が生じている。それぞれの回転数に関する各要素について見ていくと、まず

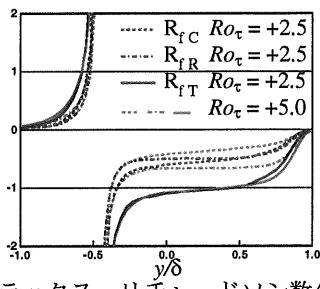


Fig. 18 フラックス・リチャードソン数分布(正回転)

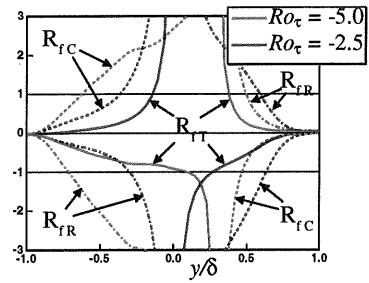


Fig. 19 フラックス・リチャードソン数分布(負回転)

$Ro_\tau = 2.5$ の場合には R_{fR} よりも R_{fC} の方が大きな値を有しているのに対し、 $Ro_\tau = 5.0$ になると回転効果の増大に伴い R_{fR} が主要な寄与をもつようになる。それに対し、 R_{fC} の値は $Ro_\tau = 2.5$ の時と比較し減少しているため、結果としてトータルの R_{fT} の値には両回転数で殆ど変化の見られない点は興味深い。

次に、図 19 に負回転の場合のフラックス・リチャードソン数の分布を示す。負回転では両体積力が逆方向に作用する為、 R_{fC} 及び R_{fR} の符号は逆となる。 $Ro_\tau = -2.5$ の場合には凹面側で $R_{fT} < 0$ より半径方向へのエネルギーの流れが生じるが、 $Ro_\tau = -5.0$ になると今度は回転効果の卓越により凸面側で $R_{fT} < 0$ となり、半径方向へのエネルギーの流れが生じるようになる。

参考文献

- (1) Eskinazy, S. and Yeh, H. 1956 J. Aero. Sci. **23**, 23.
- (2) Wattendorff, F. 1935 Proc. R. Soc. Lond. **148**, 565.
- (3) Moser, R. and Moin, P. 1987 J. Fluid Mech. **175**, 479.
- (4) Kim, J. and Moin, P. 1985 J. Comput. Phys. **59**, 308.
- (5) Choi, H., Moin, P. and Kim, J. 1993 J. Fluid Mech. **255**, 503.
- (6) Bradshaw, P. 1969 J. Fluid Mech. **36**, 177.
- (7) Adrian, R. J. 1975 Turbulence in Liquids, Sci. Press, 323.
- (8) Yoshizawa, A. et al. 1996 Phys. Fluids **8**(8), 2254.