

論文審査の結果の要旨

氏名 榊原正人

本論文の主題は、南部一ハミルトン系の量子化と超対称化の研究である。南部一ハミルトン系とは、解析力学におけるポアソン括弧、ポアソン構造の拡張として、1973年に南部陽一郎により提案されたもので、複数のハミルトニアンを持ち、時間発展が相空間の体積を保存するという特徴をもつ力学系である。二つの保存量を持つオイラーのコマは、南部一ハミルトン力学系の古典的な例となっている。近年においてもブレーンなど広がった物体の作用が南部括弧積により記述されるなどの発見があり、多くの研究者の興味を引いている。本論文における主な結果は三つある。第一は、標準的南部括弧積に対する量子化の処方箋の提案である。古典論としての南部一ハミルトン系は、タカタジャンらによる研究等により数学的に整備されているが、量子化については様々な手法で試みられているにも関わらず、いずれも問題を含み、現在でも完全には成功していない。論文提出者は作用原理と変形量子化を用いてヤコビ律の類似を満たす独自の量子化の処方箋を提出した。第二は、非可換ソリトンと可積分系の理論の結びつきに関する指摘である。これは南部括弧と直接には関係しない話題であるが、前者は弦理論における高次元のソリトンに対応しており、変形量子化と可積分の関連という観点から興味深い結果である。第三は、南部括弧をフェルミオンの自由度の入った系に拡張し、超南部括弧積、超南部一ハミルトン系を定式化し、その基本的な性質を明らかにしたことである。以下、各章ごとにその内容を概観する。

第1章では導入として、1973年の南部陽一郎による南部一ハミルトン系の定式化に始まる問題の背景、関連するこれまでの研究やその問題点等が議論され、本論文の動機やその位置づけ等が述べられている。

第2章ではまず南部一ハミルトン系の基本事項を概説している。シンプレクティック幾何学の拡張に相当すること、南部括弧の満たすべき公理として反対称性、ライプニッツ則、そしてヤコビ律の自然な拡張として基本恒等式があること、標準南部括弧積、オイラーのコマをはじめとする古典的な力学系の例、作用原理による定式化、正準量子化、経路積分など量子化に関する試み、その困難、問題点などに関して既知の結果がまとめられている。

第3章は本論文の最初の主結果である、標準南部括弧積の変形量子化を扱っている。南部一ハミルトン力学系は作用原理を持つことが知られている。この事実を用いて \mathbb{R}^n 上の標準的南部括弧積をディラック括弧積に相当するポアソン括弧積により表した。次に後者をモイヤー括弧積におきかえることにより、標準的南部括弧積の変形量子化を提唱し、それが基本関係式を満たすことを証明した。ここで得られた量子化では、作用原理を介するため物理量が補助変数に依存し、また演算子形式による正準量子化との関係も明確にはされていない。しかしこの困難な問題の研究の現状に照らしてみれば、基本関係式を満たす量子化が提唱されたことは一定の成果といえる。

第4章では非可換ソリトンと古典可積分系の関係についての指摘を行った。非可換ソリトンとは非可換空間上のポテンシャル停留値問題についてゴパクマーらにより定式化された解のことで、モイヤー積についての射影子となるものである。ここでは古典可積分系としてよく知られた非線形波動方程式、カドモツェフーペトビアシビリ(KP)階層との関係を扱っている。KP階層の有理関数解全

体のなす空間と非可換ソリトンの空間が一対一に対応し、同一視できることを示した。また、佐藤グラスマン多様体の流れが誘導する非可換ソリトンの流れを記述し、非可換ゲージ理論の観点からその意味を考察している。

第5章では南部一ハミルトン系の超対称化に関する結果を与えている。まずフェルミオンの自由度を取り入れるために、南部括弧積を特徴づける公理系を \mathbb{Z}^2 次数つきのものに拡張し、力学系の枠組みとして超南部一ポアソン多様体を定式化した。これは反対称性の課し方についての技術的な議論を含んでいる。また超対称南部一ハミルトン系や超南部括弧積の明示式の具体例も与えている。応用として、南部一ハミルトン・ベクトル場の発散からバタリンーフィルコフスキー代数の拡張が得られることを示し、超南部括弧積とコスチュールによる高次括弧積との関係を明らかにした。更に超対称南部一ハミルトン系が作用原理による定式化を持つことを示し、そのディラック括弧積を導いている。

第6章は論文全般の要約と展望が述べられている。

付録には、微分幾何、スター積、非可換場の理論、ソリトン理論など、本文で必要な種々の事項についての概説がなされている。

本論文の成果は南部一ハミルトン系についての新たな知見を提供するもので、学位論文として十分な内容を持っている。

以上のことから、博士（理学）の学位を授与できると認める。