

論文内容の要旨

論文題目：Pricing Problems and Statistical Analysis of Credit Derivatives and Options

(和訳：信用派生証券とオプションの価格付け問題と統計的分析)

氏名：室井芳史

本研究では、信用派生商品および経路依存型派生商品の価格付け問題について考察を行なった。今回の研究では6つの節に分けてそれぞれに研究を行なった。6つの節にはそれぞれ以下のような研究が行なわれている。

第1節

本研究では、社債オプションの計算法についての概要を解説した。クレジットデリバティブの計算法は、大きく分けて、構造モデルアプローチと誘導モデルアプローチに大別される。荒い言い方をすると、倒産時刻は企業価値があるしきい値を下回る時刻に企業倒産を起こすとしてモデリングされているのが構造モデルアプローチであり、倒産時刻がポアソン過程のジャンプのタイミングのように唐突に来るようにモデリングされているのが誘導型アプローチである。過去の先行研究では、少数の例外を除き、誘導モデルアプローチを用いた社債オプションの価格計算法に関する研究は行なわれた事がなかった。ここでは特に金利過程とハザード過程が一般の多変量アファインモデルに従う場合について、社債オプションの偏微分方程式アプローチを用いた計算法について考え、レビューとしてまとめてみた。また本研究の後半部分には、ゼロクーポン債に関するオプションのダフィー＝パン＝シングルトン(2000)の変数変換アプローチを用いた計算方法についても言及を行なった。この節の結果は、すべての個所について既に先行研究がある事柄のみに焦点を絞って考察を行なったのでレビューと言う位置付けにしたが、実は社債オプションを一般的な多変量アファインモデルに的を絞って研究した例は過去に存在していないので、研究論文の位置付けに限りなく近いレビュー論文になっている研究内容になっていると考えている。

Duffie, Pan and Singleton (2000) Transformation analysis and asset pricing for affine jump diffusions, *Econometrica* 68, 1343-1376

第2節

この節では1ファクターアファインモデルにおける誘導モデルアプローチを用いた社債アメリカンオプションの解析を行なった。ダフィー等のファイナンスの研究者から社債アメリカンオプション等の早期行使権のついた信用派生商品の価格の解析は必要性が認識されていた。しかし、最近になるまでこのような派生商品の価格付け問題は全くと言ってよい程研究されて来なかった。それは、ジャンプがある場合の最適停止問題の解の存在証明が極めて難しかったことが理由の一つにあげられるものと思う。本研究では、まずジャロー＝タンブル(1995)の結果に基づき社債価格を偏微分方程式で特徴づけた。その後、ジャンプ

のある確率過程の最適停止問題の存在証明を行ない、その結果を基礎にして社債アメリカンオプションの価格を変分不等式を基礎にした特徴付けをおこなった。またオプションのヘッジ戦略等の研究も行なった。

Jarrow and Turnbull (1995) Pricing derivatives with credit risk, Journal of Finance 50, 53-86

第3節

この節では誘導モデルアプローチを基礎に、金利とハザードがかなり一般の拡散過程に従う場合に信用派生商品の価格の小分散漸近展開を用いた計算法を考察してみた。誘導モデルアプローチを用いて信用派生商品の価格を計算する際に社債の返済ルールは大きな問題になることが知られている。過去において信用派生商品の価格つけ問題においてはRMVルールとRTルールの2つのルールが用いられることが多かった。ここでは小分散漸近展開法はそのどちらにも適用可能である事を見るために、RMVルールを用いてクレジットスワップの価格の導出問題を、RTルールを用いて社債オプション価格の導出問題を研究してみた。本研究ではその両方の近似解を導出した上で数値計算も行なってみた。小分散漸近展開法とモンテカルロ法で求めた数値計算の比較を行なってみたところその近似精度は極めてよいことが分かった。

第4節

本節では複数の企業による信用リスクを考慮しなければ価格が計算できないような信用派生商品の価格計算を小分散漸近展開を用いて計算してみた。ここではそのような派生商品としてバスケット型のデフォルトスワップの価格計算を試みた。バスケット型のデフォルトスワップの価格つけ問題は京都大学の木島先生がいくつかの結果を導いているが、過去の研究では金利過程およびハザード過程がガウス過程の場合を除き具体的な計算がされた事はなかった。そこでこれらの確率過程が一般の拡散過程にしたがっている場合に複数の企業のなかで初めて倒産する企業の発行する社債による損失額を保証するスワップの価格付を小分散漸近展開を用いて近似式を求めてみた。また、更に経路依存性の強い商品についても価格の計算を行った。つまり、2度目の倒産する企業の発行する社債の損出額までを保証するバスケット型デフォルトスワップの価格の近似式の導出も行なった。

第5節

近年、数多くの経路依存型派生商品が考案され研究されてきた。ここでは代表的な経路依存型商品であるロックアウトオプションとロックバックオプションの両方の性質を兼ね備えた商品を考案し価格の計算を行った。本研究では Kunitomo=Ikeda(1992)に基づき、Levyの公式を用いて7種類のオプションの価格公式を導出した。このような商品を考案した理由としては、元来ロックバックオプションはオプションの保有者にとって最も有利な価格で行使価格を固定できる利点を持つ一方、価格が高いことが知られている。そこでロックバックオプションのロックアウト条項を付加することで価格を下げる事が出来るというメリットを持っているものと考えている。

Kunitomo=Ikeda(1992)Pricing options with curved boundaries, *Mathematical Finance* 2, 275-295

第 6 節

近年、複雑な金融派生商品が取引されている。それにもない様々な経路依存型の派生商品の理論価格の導出に関する議論がなされている。本研究では前節と同様に Kunitomo=Ikeda(1992)を基礎に置き、あるしきい値を越えると価値がなくなったり、オプションとしての権利が生じるような派生商品について原証券の価格過程のボラティリティが確率的に変動するモデルにおける価格付けの方法に関する研究を行なった。今回の問題のように原証券の価格過程に 2 個以上のファクターがある問題において、しきい値をもつ派生商品の価格の問題を考える事は解析的が困難であり、考察が余り行なわれてこなかったように感じられる。しかし、近年、特異摂動展開を用いる方法が提案され価格計算への道が開かれた。そこで今回は上下に二つのしきい値がある派生商品の価格の導出を試みた。