論文の内容の要旨

論文題目　Stepwise Estimation Procedure and its Application to Propensity Score Adjustment in Structural Equation Modeling

(和訳：構造方程式モデリングにおける段階推定と傾向スコア調整法への応用)

氏　名　　星　野　　崇　宏

現在ほとんどの統計解析で利用されている推定方法は、Fisher によって提案され、1950 年代初頭に基礎的な理論研究が完成した最大尤度法である。最大尤度法によって構成される推定と検定は、分布の仮定と統計モデルが決定すればほぼ自動的に計算ができるという簡便性や、大標本においての様々な優れた性質、たとえば標本数を無限大にした時に必ず母数の真値と等しくなるという一致性などを有するため、多くの学問分野で利用されてきた。

さらに心理学や社会科学分野では、分布の仮定を行わなくても利用できる推定方法として、様々なタイプの最小二乗法が利用されている。最大尤度法や最小二乗法などは性質の違いは存在するが、これらはモデル上のすべての母数を一度に推定する同時推定法として考えることができる。

これに対して、心理学などの行動科学分野や社会科学分野においては、母数をいくつかに分割し、段階的に推定を行う「段階推定法」が、同時推定が単に難しい場合に採用されるだけではなく、利用されるべき積極的な理由は複数存在すると考えられる。

本論文では、構造方程式モデリングにおいて、以下の３つの問題意識から段階推定法を提案し、その性質に関する研究を行った。

（1） 構造方程式と測定方程式の母数を別々に推定する方法の重要性

構造方程式モデリングでは、潜在因子間の関係を推定することが関心となる場合が多いが、潜在因子の定義は測定方程式の母数の推定結果に依存している。しかし、同時推定法では、構造方程式と測定方程式の母数を同時に推定するために、構造方程式の設定によって因子の定義が変化するという問題が発生する。

これに対して様々な研究者が構造方程式と測定方程式を別々に推定することを推奨しているが、これらの提案では明確な推定法の定義が行われておらず、さらに数理的な性質も明らかにされてこなかった。そのために、同時推定法が利用され続けてきたが、数理的性質の明確な段階推定法の開発が重要である。

（2） 因子スコアを用いた構造方程式の推定を行う方法の重要性

因子スコアの推定値を用いた構造方程式の母数推定は、(I）構造方程式の設定による測定方程式の推定への影響がない、(II）素データより遥かに少ないデータサイズですむ、(III）構造方程式モデリング全体の推定が不要、などといった利点があり、頻繁に実行される方法であるが、この方法は非常に大きな推定の偏りを与えることが知られている。そこで、因子スコアを用いた一致推定法があれば望ましい。

（3） 共変量の分布を調整することで、無作為割り当てが行われない研究において無作為割り当てにおいて得られる因果効果(causal effect)を推定する方法の重要性

行動科学においては、教育レベルや生育環境などの、研究者が操作不可能な要因の効果に関心があることが多い。無作為割り当てが行われない場合に従属変数に影響を与える共変量の影響を除去し、純粋な要因の効果（＝因果効果）を推定するために、様々な手法が提案されているが、その中でも近年 Rosenbaum & Rubin (1983)が提案した傾向スコア(Propensity Score)を用いた調整法は非常に有効である。傾向スコア調整法は段階推定法の一種として考えることが出来るが、一般的なパラメトリックモデルに対して適用でき、かつ数理的性質の良い手法の開発が行動科学の発展に非常に有用であると考えられる。

これらの方法はいずれも第一段階として局外母数を推定し、第二段階において第一段階での局外母数の推定値を所与として、研究者の本来の関心の対象である母数を推定する段階推定法である。

本論文は大きく２つの部分に分かれる。

まず構造方程式モデルにおける段階推定法について、以下の２つの研究を行った。

第２章では、上記（1）の問題意識から、構造方程式モデルにおいて測定方程式と構造方程式部分の母数を別々に推定する段階推定法の研究を行った。

特にいくつかの条件の下で、構成概念を測定する測定方程式の母数を第一段階として推定する場

合、その推定量が一致推定量であり、漸近正規性を有することなどを示した。さらに構造方程式が測定方程式に影響を与える問題の原因をシミュレーション研究により特定した。

　また、行動科学研究において必要であると考えられる、母数に制約がある場合の擬最尤推定量の漸近分布や、複合仮説における擬尤度比の漸近分布を導出した。

　第３章では、（２）の問題意識から、「因子スコアを推定し、因子スコア間の相関係数を計算したり回帰分析を行うことで構造方程式の母数を推定する」という、非常に頻繁に行われる段階推定法が偏りのある推定法であることを示し、その原因を特定した。

　そして、因子共分散の一部を置き換えるという方法を用いて、因子スコアを用いて構造方程式の母数を正しく推定する段階推定法を提案し、その数理的性質についての研究を行った。

　また、様々な状況を想定したシミュレーション研究によって、因子スコアを用いた既存の推定法が、たとえ被験者数を多くしても偏り非常に大きいことを示し、提案された方法は最尤法とあまり変わらない精度で推定できることを示した。

　第２・３章で提案された段階推定法では、第二段階はGong & Samaniego(1981)が提案した擬最大尤度法(Pseudo maximum likelihood estimation method)と同一である。

　次に（３）の問題意識から、無作為割り当ての近似のために有用な傾向スコアによる調整法についての研究を行った。

　第４章では、これまで行動科学への応用という観点からはほとんど取り上げられてこなかった傾向スコアによる調整法についての展望を行った。

　既存の方法では多群の平均値の比較、または回帰モデルでの調整が可能であったが、構造方程式モデリングを含む複雑なモデルには利用することができなかった。

　そこで第５章では、一般的なパラメトリックモデルにおいて傾向スコアによる共変量の調整を可能にする重み付き対数尤度最大化法を提案した。

　具体的には、以下のような状況を考える。J 個の条件が存在し、各被験者はその条件のどれかに割り当てられるとする。ここで、第 i 被験者が第 j 条件に割り当てられた時の従属変数 y の値を y_{ij} とする。また、第 i 被験者が第 j 条件へ割り当てられる確率＝「第 i 被験者の第 j 条件への一般化傾向スコア」を w_{ij} と置く。第 i 被験者が第 j 条件へ割り当てられるかどうかを表す割り当て変数を z_{ij} とする。ここでもし第 i 被験者が第 j 条件へ割り当てられる場合は $z_{ij}=1$、そうでないなら $z_{ij}=0$ であり、この割り当て変数は欠測を表す変数と考えることもできる。ここで、推測の目的は第 j 条件での従属変数 y_j の周辺分布 $p(y_j \mid \theta_j, \theta_c)$ のみに特有な母数 θ_j と、各条件に共通する母数 θ_c を推定することにある。ここで、全被験者数を N と置くとき、以下の対数尤度

$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J} z_{ij} \log p(y_j \mid \theta_j, \theta_c)$ を最大化する θ_j, θ_c の最尤推定量は、y_j と z_j が独立でない限りバイアスのある推定量となり、一致性も無い。

ここで、”weak unconfoundedness”条件、つまり全ての j について y_j と z_j は共変量 x を所与とすると独立であるという仮定が成立する場合に、一般化傾向スコアを用いた重み付け対数尤度 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J} \frac{z_{ij}}{w_{ij}} \log p(y_j \mid \theta_j, \theta_c)$ を最大化する推定量に一致性と漸近正規性が存在することを証明した。

また、実際には一般化傾向スコア w_{ij} の真値は未知であり、一般には割り当てと共変量から推定される。ここで、上記の重み付け対数尤度において、一般化傾向スコアの推定値 $\hat{w}_{ij}$ を利用した段階推定を行って得られる推定量、つまり $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J} \frac{z_{ij}}{\hat{w}_{ij}} \log p(y_j \mid \theta_j, \theta_c)$ を最大化する推定量は、一般化傾向スコアの真値が分かっている場合の重み付き対数尤度最大化推定量と漸近的に同一の分布に従うことを示した。

つまり、一般化傾向スコアの推定に伴う変動は、従属変数の周辺分布の母数推定には影響を与えないという興味深い結果が得られた。

さらに、重み付き対数尤度最大化推定量を用いた検定法も開発した。

これらの結果は、本論文前半で利用した擬最大尤度法の議論を変形することで得られるという点で、前半部分と非常に関連がある。

第６章では、多群の構造方程式モデリングの母数推定に上記の結果を応用し、潜在変数上での因果効果の推定と検定を可能にする方法を構成した。

また、具体的に National Longitudinal Educational Survey のデータを利用し、高校における労働がその後の中退へ及ぼす影響や、進学コースによって生徒の自己概念が変化するかなどを提案された方法で解析し、「共変量の影響を除去した」ある要因単独の因果効果を推定することの有用性を示した。

引用論文

Gong, G., & Samaniego, F.J. (1981). Pseudo maximum likelihood estimation: Theory and applications. *The Annals of Statistics*, 9, 861-869.

Rosenbaum, P.R., & Rubin, D.B. (1983). The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika*, 70, 41-55.