

論文内容の要旨

論文題目

Non-equilibrium properties of one-dimensional lattice systems

(1次元格子系における非平衡特性)

氏名 緒方 芳子

本博士論文では、無限にひろがった1次元格子上の自由フェルミオン模型及びXXスピン模型における非平衡特性についての研究を行った。これらはモード間相互作用のない、バリスティックな系の現象をあらわし、その非平衡状態は非自明な物理的特性をしめす。非平衡状態として、以下のような状況を考える。無限にのびた1次元格子模型を、原点を境に左右に二分し、左右が温度の異なる熱平衡状態（あるいは化学ポテンシャルの異なる基底状態）にあるような初期状態を考える。そしてこの初期状態から、系を全系のダイナミクスに基づき時間発展をさせる。この後、時間が無限に経ったあとに系がいたる状態のことを、非平衡定常状態とよぶ。この状態は、T. G. Ho, H. Araki をはじめとする研究者らによってそれぞれ独立に求められた。これは、異なる温度（あるいは化学ポテンシャル）を持った左向き粒子と右向き粒子からなる並進不変な状態である。

本博士論文の主な内容は、1. 非平衡定常状態における current (流れ) の特性、2. 左右対称でない初期状態から並進不変な非平衡定常状態への拡散(緩和)過程、3. 非平衡定常状態の“有効ハミルトニアン”による特徴づけ、4. 非平衡定常状態の安定性の研究、である。本研究では、無限系における非平衡現象をとりあつかうための枠組みとして、C*環論を用いた。この枠組みにおいて、無限系そのものを考えることにより、散逸や巨視性の概念を自然に導入することができる。

まず、非平衡定常状態における current の特性については、その外場に対する依存性を調べた。1次元格子上の自由フェルミオン模型及びXXスピン模型の非平衡定常状態は、

それが並進不変な状態にあるにもかかわらず、零でない energy current(エネルギー流)が存在する。つまり、この系は、異常な熱伝導をしめす。この energy current は、高温領域と低温領域とで、まったく異なる様相をしめす。高温領域においては、外場が大きくなるにつれて、energy current は増加する。それに対し、低温領域においては、外場が大きくなるにつれて、energy current は減少するのである。低温領域で外場が energy current をおさえる働きをすることは、実際に様々な系における実験で確かめられている。

次に本博士論文では、左右が温度の異なる熱平衡状態、あるいは化学ポテンシャルの異なる基底状態にあるような初期状態から出発したときの拡散過程は、あるスケーリング則に従うことを示した。n 番目のサイトに局在した物理量 $X(n)$ を考えよう。(例えば、n サイト上の z 方向のスピンなどである。)この物理量の時刻 t での期待値を $X(n,t)$ とおく。すると、時間 t の十分大きな領域で、 $X(n,t)$ はスケーリング則

$$X(n,t) \sim \Phi(n/t)$$

に従う。このスケーリング関数 Φ は、初期状態の温度及び、化学ポテンシャルに依存する。本博士論文では、このスケーリング関数を、磁化、磁化流、および、Emptiness Formation Probability (EFP) と呼ばれる確率について求めた。絶対零度で左右の化学ポテンシャルが異なるような初期状態から出発した場合、磁化に対するスケーリング関数は、原点を中心とした平らな部分をもつ。そして、この場合、磁化を表す曲線は左から右へと、常に単調な変化をしめす。ところが、その一方、左右異なる有限な温度で、温度差が大きく、磁場が小さいような熱平衡状態からはじまったときは、非単調な曲線があらわれる。これは、初期状態の速度分布の結果として記述することができる。

さらに本博士論文では、非平衡定常状態を、何らかの有効ハミルトニアンに対する熱平衡状態ととらえることを考えた。有限系では熱平衡状態は Gibbs 状態として導入するが、無限系では、すべての状態が一つのヒルベルト空間上では表現されないため、この特徴づけは行えない。そのかわりに C^* 環の枠組みにおいては、Kubo-Martin-Schwinger (KMS) 条件、Gibbs 条件そして Variational Principle という、熱平衡状態をあらわす3つの条件が存在する。これらの条件は、一般には一致しない条件であり、すべての状態が何かの時間発展に対して KMS 状態になっているわけでもない。本博士論文では、以下のことを示した。1次元自由フェルミオン模型の非平衡定常状態は、KMS 条件、Gibbs 条件そして Variational Principle すべてによって特徴付けることができる。その一方で、XX スピン模型は、どんな有効ハミルトニアンをとってきても、KMS 条件、Gibbs 条件を満たすことはない。しかしながら、XX スピン模型は Variational Principle をもちいて特徴付けることができる。対応する有効ハミルトニアンは、長距離相互作用を持っている。有限系において、XX スピン模型は、Jordan Wigner 変換により、自由フェルミオン模型に書き換えら

れることが知られている。無限系においても、対応する変換を導入することができる。一見、ふたつのモデルは完全に一致し、一方で成立することは、もう一方でも成立するだろうというように考えてしまう。しかし、上の結果は、無限系ではこれが真ではないことを示している。自由フェルミオンモデルの非平衡定常状態については KMS とするような時間発展がある一方で、XX 模型のそれに対応する非平衡定常状態は決して KMS 状態にはならない。

最後に、本博士論文においては、非平衡定常状態にたいして有限系を付け加えたときに、それが巨視的に安定か否かという研究を行った。無限系では、あるヒルベルト空間を与え、そのヒルベルト空間内の密度行列として全ての状態を定義しようとするのは適当でない。その中に密度行列としては表され得ない状況も存在し得るからである。そのため無限系では、状態は、いくつかの自然な条件をみたく C^* 環上の線型汎関数として定義される。そして逆に、状態が与えられたとき、その属するヒルベルト空間を（ユニタリ同値の意味で）一意に構成することができるのである。これを GNS 構成法という。フェルミオン系やスピンモデルでは、同じヒルベルト空間内であらわされるふたつの状態は、「巨視的に同値」と解釈することができる。この観点から状態の巨視的安定性を考える。いま、定常状態にたいして、外部から有限系をつなげたとする。有限系との相互作用がくわわったことで、状態は定常でなくなり、時間と共に変化していく。このとき、時間が無限に経ったときの状態は、どのようなものになっているだろうか。それは、はじめの状態と、巨視的に同値なものだろうか、それとも、非同値だろうか。前者は巨視的安定性、後者は巨視的不安定性を意味する。本博士論文では、温度の異なる初期状態からはじまった自由フェルミオン系の非平衡定常状態について、これが巨視的に不安定であることを示した。この解析は、Liouville operator とよばれるヒルベルト空間上の作用素のスペクトル解析に帰着する。本博士論文では、この解析を、格子場にたいする Positive Commutator Method をもちいて行った。

以上の結果は、1次元格子上のバリスティックな非平衡現象について、新たな知見を与えている。用いられた数学的手法は、さらに高次元をふくめた一般のバリスティック系について適用することが出来ると考えられる。