論文内容の要旨

Development of a mixed finite-difference/finite-volume scheme for the shallow water model on a spherical geodesic grid
(球面測地格子を用いた浅水モデルにおける有限差分/有限体積混合スキームの開発)

三浦　裕亮

1．はじめに

現在の大気大循環モデルは水平格子間隔 100km 程度で用いられるが、計算機の進歩に伴い、将来的には静力学平衡仮定の限界である格子間隔 30km より高い解像度が必要になると思われる。また、雲を直接解像できる更に高解像度な全球モデルも実用化されると考えられる。

現在広く用いられているスペクトル法は、並列化した際の計算速度に問題がある。また、従来用いられてきた格子法では、極付近において格子間隔が極端に細かくなり、計算の時間間隔を制約する要因となる。

これらの問題点を解決するために、球面測地格子（図 1）が提案されている。この格子を用いたモデルは、並列化に適していると同時に、全球をほぼ一様に覆うことができるため、極付近においても CFL 条件を特別に考慮する必要がない。

本研究では、浅水波モデルを用いて、過去の研究について系統的な評価を行い、高解像度非静力学モデルに適したスキームを構築した。また、その過程において、計算の精度と安定性を改善する新たな工夫を加えた。

2. 水平離散化法の選択

a. Z-grid

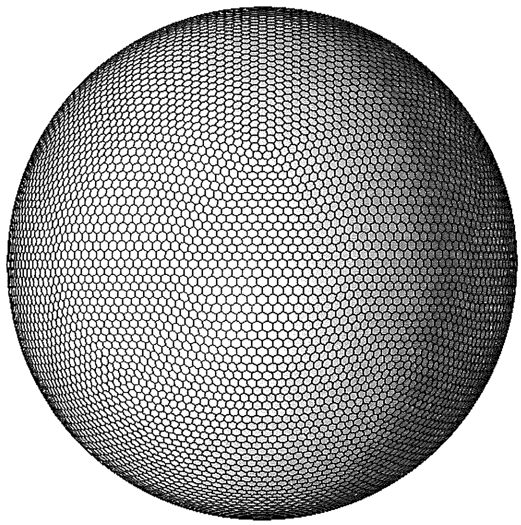

図 1: 球面測地格子の 1 例。

Z-grid は Masuda and Ohnishi (1986) により提案された方法で、渦度・発散・質量・トレーサーが全て同一の点で定義される。球面測地格子をそのまま用いると、計算の精度が悪いため、Heikes and Randall (1995) は格子の最適化(HR95)により改善を行っている。しかし、HR95 の方法は高解像度で用いた場合に最適化が収束しない問題があることが分かった。本研究においては、逐次的な手続きによりに目的関数を最小化する方法を導入し、HR95 による格子と似た性質を持つ格子を作成した(I-HR)。また、HR95、I-HR の方法では格子間距離の一様性が損なわれるため、その点を改良した方法(M-HR)を考案し、検討に加えた。

Z-grid で用いられる演算子の精度について、Heikes and Randall (1995)により提案された関数を用いて比較を行った。その結果、今回提案した方法は I-HR、M-HR ともに良好な結果を示した。しかしながら、解析する背景場により結果が異なるため、どの方法が最良かについて関数を用いた比較から決定することは困難であった。浅水波モデルを用いた実験において、今回考案した方法を用いることで、HR95 では計算できなかった高解像度においても精度よく計算を行うことが可能になった。

以上のように、格子の最適化方法に工夫を加え、高精度な計算が可能なスキームを構築した。しかし、高解像度非静力学モデルに用いる際には、SOR 法 (あるいは Multigrid 法) における繰り返し計算が計算速度を損なうことが分かった。そこで、繰り返し計算を避けるために、運動量を直接予報する離散化法について検討を行うこととした。

b. A-grid

質量・運動量が同じ点で定義される A-grid は球面測地格子の複雑な形状の上でモデルを構築するのに適している。A-grid 上での離散化方法として、有限差分法・有限体積法が個別に用いられてきた。本研究では、有限差分法は質量・トレーサーの保存を満たすことが難しいため、連続の

式の離散化には有限体積法を用いた。一方、有限体積法による傾き演算子の精度は有限差分法に比べ特に高解像度の場合には劣ることが明らかになったため、傾き演算子の離散化には有限差分法を用いた。本研究で構築した有限差分/有限体積混合スキームは、特に高解像度のモデルを構築する場合に、精度の面から有利であると考えられる。

b. ZM-grid

Ringler and Randall (2002) により提案されたZM-gridでは質量・トレーサーは格子の中心で定義され、運動量は格子の頂点で定義される。彼らの方法では傾き演算子は隣接する 3 点を用いることで定義される。しかし、この傾き演算子は 1 次精度であり、浅水波モデルの計算において質量が赤道から極側へ流れる欠点があることが分かった。そこで、有限差分法による 2 次精度の傾き演

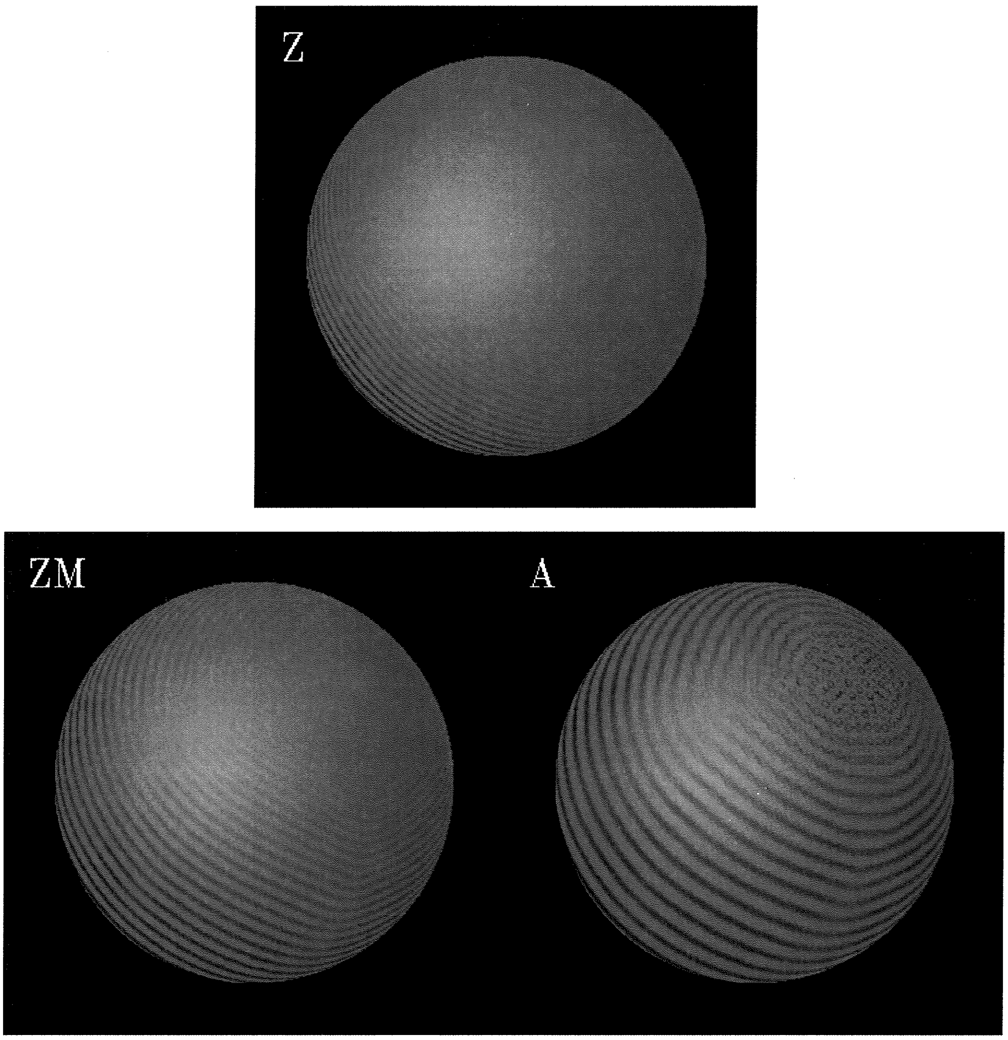

図 2: 地衡流調節実験の結果。それぞれ、上図は Z-grid、左下図は ZM-grid、右下図は A-grid の場合。水平解像度約 120km の格子を用い、球面上の 1 点において強制を加えた。図は、24 時間後の水面の高さ。A-grid の場合には初期に振動を与えた場所の周りで振動が継続していることがわかる。

算子を新たに定義した。この傾き演算子は隣接する 6 点を用いることで定義される。この演算子を用いることで、計算の精度が向上し、質量が流れる問題についても解決した。

本研究で定義した傾き演算子は、内挿により精度が損なわれ、計算の安定性にも影響があることが分かった。この点を改善するため、格子の最適化方法について検討を行った。その際に、既存の方法に比べ格子の歪みを減少させることが可能な新しい方法(SCB)を考案した。最適化方法を比較した結果、歪みの小さい格子を用いることで演算子の精度が良くなることが分かった。また、歪みの小さい格子では、計算の安定性が向上した。本研究で行った改良により、球面上において ZM-grid を精度良く実装することが可能となった。

ZM-grid を用いた離散化は、Z-grid を用いた離散化に比べ計算速度の面で有利である。また、A-grid を用いた離散化に比べ重力波の分散関係を正確に表現できるという利点がある。そこで、それぞれの離散化方法における地衡流調節過程を検証する実験を設定した。この実験の結果(図2)、ZM-grid は Z-grid に近い結果を示し、現象の再現性の観点から A-grid に比べ実用的であることが示された。

3. まとめ

高解像度非静力学モデル構築のため、球面測地格子を採用した。浅水波モデルを用いて、過去に提案された方法と本研究で新たに考案した方法を組織的に調べ、高解像度モデルに最適な水平離散化方法を構築した。

Z-grid において、格子最適化方法を改善し、高解像度な場合にも計算を精度良く行うことに成功した。繰り返し計算による計算速度の低下を避けるため、運動量を直接予報する A-grid、ZM-grid について検討を行った。A-grid において質量を保存しつつ、高精度な計算を可能とするため有限差分/有限体積混合スキームを構築した。ZM-grid において明らかになった欠点を改善するため、有限差分法を用いた新しい傾き演算子を導入した。有限差分/有限体積混合スキームと格子最適化法により作成した歪みの小さい格子を組み合わせることで、高精度かつ安定な計算を行うことが可能になった。地衡流調節の再現実験の結果、ZM-grid を用いた離散化では A-grid による離散化に比べ、Z-grid に近い結果を得ることができた。計算速度・現象の再現性の観点から、ZM-grid が高解像度モデルに適していることが分かった。