論文審査の結果の要旨

氏　名　　　　　中　江　康　晴

３次元多様体を葉層構造を使って研究するというプログラムは、「レーブ成分を含まない葉層構造においては葉の基本群が多様体の基本群の部分群になる」というノビコフの１９６０年代の結果から始まっている。レーブ成分を含まない葉層の分類が多くの３次元多様体で行われ、さらにガバイが結び目の補空間等に対しレーブ成分を持たない葉層の構成の手順を示してからは、この方面で多くの研究がなされている。

ザイバーグ・ウイッテン理論等により、taut 葉層構造の接束のホモトピー類は有限個である事が知られているが、taut 葉層構造自体は３次元多様体上の連続な変形を許す構造である。絡み目補空間のデーン手術後の多様体の記述をするために taut 葉層構造を考えるのは、taut 葉層構造の連続変形の中で境界に有理的スロープを与えるものを考えることにより、無限通りのデーン手術に対しての情報を一挙に得ることができるからである。とくに、ファイバー結び目の補空間に対する、taut 葉層構造の構成がロバーツにより開始されている。

論文提出者は、taut 葉層構造のロバーツによる構成を、まずトーラス結び目補空間に対して実行し、次の定理を得た。

定理。 ３次元球面 S^3 に埋め込まれた任意のトーラス結び目 K に対して, 区間 $(-\infty,1)$ のどの有理数 ρ に対しても boundary slope として ρ をもつ taut 葉層構造 $\mathcal{F}$ がその補空間に存在する.

この定理により, 任意のトーラス結び目に沿った Dehn 手術で $(-\infty,1)$ のの範囲の slope によるもので得られる閉3次元多様体 M には taut 葉層構造が存在すること, すなわち $\pi_1(M)$ は無限群であり, M は既約で普遍被覆空間が $\mathbb{R}^3$ と同相であることがわかる. ロバーツの構成においては、ある条件をみたすファイバー結び目に対し、boundary slope の属する 0 を含む開区間の存在が主張されていただけであったが、この定理は、トーラス結び目に対し、区間 $(-\infty,1)$ をきちんと定めたことに大きな意義がある。論文提出者は、定理の証明のためにトーラス結び目をファイバー結び目として非常に具体的な記述し、その補空間の分岐曲面を記述し、さらに横断的にアフィン構造を持つ taut 葉層を構成した。この具体的な構成によりさらに一般に次が成立することが分かった。

定理。 K を３次元球面 S^3 に埋め込まれたファイバー結び目とする. $\widehat{K}$ を $\partial N(K)$ 上の単純閉曲線, すなわち K のケーブル結び目とする. このとき, $\widehat{K}$ はファイ

バー結び目になり, さらに区間 $(-\infty, 1)$ のどの有理数 ρ に対しても boundary slope として ρ をもつ taut 葉層構造 $\mathcal{F}$ がその補空間に存在する.

すなわち、すべてのファイバー結び目をそのケーブルに変形すれば前の定理と同じことが成立するのである。とくに代数方程式と関係して現れる iterated トーラス結び目に対して、この定理は適用される。

さらに、論文提出者は、境界成分が二つで種数が 2 以上の曲面をファイバーとする円周上の曲面束で, 向きづけ可能なコンパクト 3 次元多様体を M に対し、ロバーツの結果の拡張を得ている。これは、一般の 3 次元多様体を絡み目についてのデーン手術の結果として考えるときに、その上の taut 葉層の構成において必要なステップである。

このように、論文提出者の結果は taut 葉層構造の構成の仕方を具体的に提示した点で重要であり、そのことによって 3 次元多様体のトポロジーの研究に重要な意味を持つものである。よって論文提出者 中江康晴は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。