論文審査の結果の要旨

氏名　増田弘毅

確率過程に対する統計推測理論は近年ますますその応用の範囲を広げつつある．伝統的な独立観測のモデルに対する統計推測の理論を確率過程モデルに拡張しようとするとき，エルゴード性，分布の極限定理等，理論を構成する多くの要素を新たに揃える必要が生じる．その中の最も基本的な概念の一つがミキシングであり，統計量の一致性，漸近正規性の証明および漸近展開において本質的な役割を演じる．

ジャンプ型の確率微分方程式に対する統計解析は，セミマルチンゲールに対する解析の例として，統計学の一つの対象となってきた．近年そのようなモデルが具体的な形でファイナンスデータ解析等で用いられるようになり，エルゴード性等諸性質を，そのような具体的なモデルに対して証明することが重要となっている．

レビ過程で駆動されるオルンシュタイン・ウーレンベック過程（OU過程）がBarndorff-Nielsen, Shephard等によって，最近ファイナンスへ応用されいる．この確率過程は作用素型自己分解可能分布のクラスに関係し，とくに一般化双曲型分布は表現力豊かな族としてデータ解析において有用である．論文第一章ではOU過程に対するミキシングとその他の性質が示されている．拡散過程のミキシング性は幾つかの論文で与えられているが，ジャンプ型の確率微分方程式に対するミキシング性は，Tweedie等による研究があるが，多くのことは知られておらず，その意味でも増田の結果は興味深いものである．

第2章では，レビ過程で駆動されるジャンプ型拡散過程を潜在過程とする隠れマルコフモデル（HMM）に対して，観測過程の離散時点での観測値に基づいて，システムの未知パラメータを推定する問題を扱っている．特殊な場合を除き，HMMにおいては一般に最尤推定量の漸近挙動はまだ証明されておらず，また，

それが理論上示されたとしても，無限次元の積分を含む尤度関数の計算と最適化は現実的な方法ではない．論文ではモーメント推定量を構成し，漸近正規性まで示している．キュムラントに基づくこの方法によると，ノイズの独立性から，パラメータの一部を他から分離した推定関数で推定することができ，次元低減によって最適化が容易になるのが長所である．モーメント法は漸近有効ではないが，収束のレートは，データ間隔が一定の場合 $n^{1/2}$ であり，また，推定量が陽に書けることもしばしばあり，初期推定量としても都合のよいものである．増田論文はジャンプも扱え，Genon-Catalot, Jeantheau and Laredo (2000) を一般化している．レビ OU 過程をボラティリティとする確率ボラティリティモデル (SVM) を含み，応用上もこの拡張は意味がある．

第３章では，レビ OU-SVM を含む２次元ジャンプ型拡散モデルに対して，分布の漸近展開を示している．対数収益率について，長期においては “aggregational Gaussianity” が見られる一方，短期ではその非ガウス性が顕著になるが，漸近展開によってその様子を説明することが可能となる．漸近展開の係数の表示には，一般にはポアソン方程式の解が必要になり，多くの場合陽に表現することが難しいが，増田が扱ったモデルでは，展開係数が具体的に計算でき，使いやすい公式になっている．Bichteler 等によるジャンプ型のマリアヴァン解析を用い，モデルに合った剪定汎関数を構成することで汎関数の局所非退化性を示し，ミキシング条件を満たす ϵ-マルコフ過程に対する漸近展開の一般論を適用して漸近展開の正当性 (validity) を証明した．

以上のように，提出論文は確率過程の統計推測理論およびその応用において重要な結果を与えており，よって，論文提出者増田弘毅は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．