論文審査の結果の要旨

氏名　高木　俊輔

乗法イデアルの概念はDemailly、Nadal、Siu等の仕事において、複素解析の分野において登場した概念であるが、まもなく代数幾何の概念として再定式化され、双有理幾何学における有用な道具として用いられるようになった。高木俊輔はこの概念を正標数における可換環の理論と結び付け、その局所的性質の解明を行ない、次のような結果を得た。

(1) 乗数イデアルの劣加法性の研究

Demailly-Ein-Lazarsfeldは、非特異な多様体の上で乗数イデアルの劣加法性が成り立つことを証明した。特異点を有する多様体の場合に一般化することが次に問題となるが、高木は渡辺との共同研究として、(R, m) を2次元のエクセレント $\mathbf{Q}$-Gorenstein 正規局所環とするとき、Spec R が高々ログ端末特異点しか持たないことと、乗法イデアルの劣加法性が成り立つことが同値であることを証明した。

(2) 判定イデアルの一般化の振る舞いの研究

原-吉田は判定イデアルの概念を一般化し、それが乗数イデアルと対応することを証明した。高木は原との共同研究として、この判定イデアルの一般化の性質を研究し、判定イデアルに対し、乗数イデアルにおけるLipman-Skodaの定理の類似と和公式を証明した。

(3) ログ標準特異点の逆同伴の研究

Ein-Mustata-安田は、超曲面の場合にログ標準特異点の逆同伴を証明した。高木は判定イデアルの一般化と乗数イデアルの対応を利用し、密着閉包の理論を用いて、彼らの結果を、非特異な多様体に埋め込まれている任意余次元の多様体の場合に拡張した。正確には、X を標数0の体上定義された非特異代数多様体とし、$Y = \sum_{i=1}^{k} t_i Y_i$ を X の真の閉部分スキーム Y_i と実数 $t_i > 0$ の形式和とし、X の真の閉部分スキーム Z を $Z \not\subset \cup_{i=1}^{k} Y_i$ をみたす正規Gorenstein閉部分多様体とする。このとき、もし対 $(Z, Y|_Z)$ がKLT (resp. LC) ならば、対 $(X, Y + Z)$ は Z の近傍でPLT (resp. LC) になることを示した。

(4) F-純閾値

渡辺との共同の研究によって、乗法イデアルと関連して定義されるLC閾値の類似として、正標数の可換環に対し F-純閾値の概念を定義し、その基本的な性質を解明した。また、その2つの閾値の関係をあきらかにした。たとえば、たとえば、標数0のログ端末特異点の場合には、LC閾値と、十分大きな素数 p に対し標数 p に還元して得られる F-純閾値は一致することを示した。

高木俊輔は、このように、代数幾何学と可換環論にまたがる数多くの研究成果をあげており、その成果はこの分野において世界的に高く評価されている。また、共同研究者である渡辺敬一、原伸生両氏からは、共同研究における高木の貢献が十分大きく、それらの部分も高木の博士論文として提出するにふさわしいものである旨の承諾が得られている。よって、論文提出者　高木　俊輔は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。