

# 論文審査の結果の要旨

氏名 大崎 秀一

本論文は Hall Effect on Equilibrium, Stability and Wave Spectrum of Magneto-Fluid Plasmas (電磁流体プラズマの平衡、安定性、波のスペクトルに対するホール効果)と題している。プラズマの理論研究には、電磁流体力学(MHD)のモデルが広く用いられている。これは、荷電粒子のミクロな運動効果が無視できるマクロなスケールでの現象、とくに磁場の構造や変動を記述するために有用なモデルである。例えば、流れのない平衡を記述するグラッド-シャフランフ(Grad-Shafranov)方程式や、平衡状態からのずれに関する安定性解析に用いられるエネルギー原理などは、MHDモデルから導かれるものであり、核融合炉心プラズマの設計や宇宙、天体プラズマ現象の解析においてゆるぎないものとして用いられている。しかし、プラズマの流れがある場合に、MHDモデルは、しばしば不適切であり、これでは十分理解できない現象があることが指摘されている。例えば、流れがあるプラズマの平衡方程式は極めて複雑なものとなり、その解には様々な特異性が現れると考えられている。またプラズマ流の中に現れる複雑な構造では、かけ離れたスケールが共存し、かつそれらが相互作用する。理想MHD方程式は特性長をもたない方程式であるため、プラズマが本来もつ特性長を説明できない。また、ミクロな特性長の不在のために、物理量の急激な変動は特異点となって現れ数学的な困難を生むと考えられる。核融合炉心プラズマや太陽コロナ、惑星磁気圏プラズマなどの、いわゆる「無衝突プラズマ」では、電気抵抗や粘性の効果が効くスケールより大きなスケールである「イオンスキン長」が、先ず重要な特長を規定する。このスケールにおいて「ホール効果」が効いてくる。本研究では、理想MHD方程式に対してホール効果を「特異摂動」として付加した「二流体MHDモデル」を用いて、プラズマの平衡や安定性、波動に対するプラズマ流やミクロ(イオンスキン長)スケールの効果を理論的に解析している。論文は、以下のように構成されている。

第1章は緒論にあてられている。プラズマ流やイオンスキン長スケールの運動が、プラズマのマクロな構造や運動に与える影響について述べ、MHDモデルの限界を明らかにしている。

第2章では、ホール項が一流体と二流体モデルを区別する特異摂動項であること、ホール項によってより広範な流れ場を考慮できることが議論されている。また緩和平衡状態を記述する解析解として知られているダブルベルトラミ平衡解を紹介している。

第3章では、流れがあるプラズマの平衡について議論している。流れのあるプラズマをMHDモデルで記述すると、平衡を支配する偏微分方程式が流速に応じて楕円型と双曲型の間で変化することが知られている。これは衝撃波の発生を示唆するが、2次元(以上)では解の存在さえ不明である。非圧縮流を仮定すると、方程式は楕円型となるが特異点を含んでいる。これは、MHD理論が(ポロイダル断面で)磁場を横切る流れを許さないことに起因している。ホール効果は、この制限をとりのぞき、二流体MHDの平衡方程式は特異点を含まない連立楕円型方程式になることを示している。また、トーラス状の領域でダブルベルトラミ平衡解を数値計算して、その構造を明らかにしている。

第4章では、運動の保存量を用いた変分原理によって、流れのあるプラズマの安定性を議論して

いる。シア一流があるプラズマの線形安定性解析においては、生成作用素が非エルミートになるため、指数関数的な時間変動を仮定するノーマルモード解析の手法では安定性を完全に理解することはできない。それに代わるものとして、揺らぎの運動に関する保存量(リアプノフ関数に相当する)を用いて安定性を議論している。MHD モデルでは、この保存量と強圧条件を用いて、摂動のノルムの上限が与える条件を示している。この安定性の十分条件は、任意の形状とあらゆる不安定性を含む一般的条件である。しかし二流体 MHD モデルでは、特異摂動の効果によって一般に強圧条件が成立しない。特別なダブルベルトラミ平衡に対してはエンストロフィーに相当する保存量が存在し、この強圧性によって安定性の十分条件を得ている。

第5章では、アルフヴェン波のスペクトルがホール効果によって、どのように変化するかが研究されている。磁化したプラズマ中を伝わる代表的な波であるアルフヴェン波は、一般に連続スペクトルをもち、その特異固有関数は2階常微分方程式の(フロベニウス型の)解として与えられる。ここでは、ホール効果と音波のカップリングによってモード方程式に4階微分項が現れることが示されている。この特異摂動項によって固有方程式は特異点をもたない4階の常微分方程式となり、スペクトルは連続スペクトルから点スペクトルへと変化することが結論されている。

第6章はまとめに当てられている。

以上を要するに、本研究は電磁流体プラズマの平衡、安定性、波のスペクトルに対するホール効果を明らかにしたものであり、その結果は流れやイオンスキン長スケールの効果が重要であると考えられる様々な宇宙、天体プラズマ、実験室系(核融合)プラズマに応用できるものであり、先端エネルギー工学、とくにプラズマ理工学の発展に貢献するところが大きい。したがって、博士(科学)の学位を授与できると認める。