

論文内容の要旨

Nonlinear Processes in Two-Fluid Plasmas

二流体プラズマにおける非線形現象

沼田 龍介

1 序論

プラズマにおいて流れは普遍的に存在し、磁場とカップルすることにより興味深い構造をつくり出す。しかし、特に磁場に直交する流れを考える場合、プラズマを一種類の流体と仮定する理想電磁流体力学 (MHD) では、さまざまな問題が発生する。例えば、磁束関数と流れ関数が縮退すること起因して平衡方程式に特異点が生じ、解の存在すら示すことができなくなる [1]。また、磁気リコネクションに代表されるように、巨視的なプラズマの運動は微視的な粒子運動による散逸の効果によって支配されるが、MHD 方程式では、そのスケール不変性のため異なる空間スケール間の相互作用を表現できない。二流体方程式においては Hall 効果による特異摂動効果によって、上記のような問題は解消され则认为られる。特異摂動は、最高階微分に小さいパラメタがかかった項で表され通常揺らぎと认为られるが、二流体プラズマ中においては、最高階微分項が重要になるスケールの構造を自ら形成し、無視できない効果を生む。さらに、二流体プラズマにおける固有の空間スケールであるイオンの無衝突スキン長程度の非一様な構造においては、磁場ヌル近傍においてイオンの運動がカオスになりうる [2]。カオスによるミキシングの効果によって粒子の運動論的エントロピーが増加し、開放系においては定常的な (拡散型の) 散逸が導かれる。局所的な電気抵抗として評価されたカオスによる無衝突散逸は、巨視的なプラズマ現象に重要な影響を及ぼす。このように二流体プラズマ中では、一流体のスケール (macro)、イオンと電子が分離する二流体のスケール (meso)、粒子運動のスケール (micro) と階層構造をなしており、非線形相互作用によって、互いに影響を及ぼしあう。

本論文では、二流体プラズマの自己組織化過程、および、イオンスキン長スケールにおける磁場ヌル近傍の粒子運動のカオスによる効果に着目して研究をおこなった。

2 二流体プラズマの自己組織化シミュレーション

圧縮性 Hall-MHD では、MHD 方程式に対して Ohm の法則のみが次のように一般化される。

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \frac{\epsilon}{n} [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e] + \eta \nabla \times \mathbf{B}. \quad (1)$$

ここで \mathbf{E} は電場、 \mathbf{B} は磁場、 \mathbf{V} はプラズマの速度場、 n は密度、 p_e は電子の圧力、 η は電気抵抗であり、 ϵ はイオンの無衝突スキン長と系の代表的スケールの比を表すパラメタである。一般化された Ohm の法則は、電子の運動方程式から電子慣性を無視することで得られ、磁場が電子流体に凍結している状態を表している。右辺第一項が Hall 効果を与え、磁場の誘導方程式における非線形特異摂動項となる。理想 (散逸がない)、非圧縮の極限で Hall-MHD の平衡状態は、一般化された渦度と流れ場が平行になる Beltrami 条件

$$\mathbf{B} = a(\mathbf{V} - \frac{\epsilon}{n} \nabla \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{B} + \epsilon \nabla \times \mathbf{V} = b\mathbf{V} \quad (a, b: \text{定数}) \quad (2)$$

および、エネルギー密度一様となる Bernoulli 条件

$$\nabla \left(\frac{V^2}{2} + p_i + p_e \right) = 0 \quad (p_i: \text{イオンの圧力}) \quad (3)$$

で与えられる (二重 Beltrami (DB) 平衡 [3])。磁場、速度場は 2 つの curl の固有関数 \mathbf{G}_{\pm} ($\nabla \times \mathbf{G}_{\pm} = \lambda_{\pm} \mathbf{G}_{\pm}$) の線形結合で表すことができ、 λ_{\pm}^{-1} で与えられる 2 つの空間スケールをもつ。DB 平衡は、Hall-MHD における運動の保存量であるエネルギー E と、電子、イオン流体に対応する 2 つのヘリシティー H_1, H_2 の束縛条件のもとで、揺らぎを表すエンストロフィー F を最小化した緩和状態であると考えられている [4]。ただし、緩和過程において、 E, H_1, H_2 は微小に存在する散逸の効果によって DB 平衡を満たすように調整される。

圧縮性 Hall-MHD 方程式を三次元矩形領域、完全導体境界条件 (トロイダル方向に周期境界) のもとで、差分法によって数値的に解くことにより、Hall-MHD における平衡、緩和過程を解析した。図 1 に、初期および緩和状態におけるトロイダル磁場の等値面を示す。初期条件はキンクモードに対して不安定であるため、初期に与えられた微小な揺らぎが指数関数的に成長し、乱流状態を経て螺旋状にねじれた最終状態に緩和する。緩和状態のグローバルな構造 (螺旋のモード数) は MHD に基づく Taylor 理論 [5] により説明され、Hall 効果の有無に依存しない。しかし、Hall 効果によって MHD では存在しない磁場に直交する方向の速度が残り、磁束管は時間とともにポロイダル方向、トロイダル方向に流される。ポロイダル面内における Beltrami 条件を調べると、磁束管のなかでは Beltrami 条件は満たされており、速度の磁場に直交する成分は Hall 効果に起因し、(2) から $\mathbf{V}_{\perp} \simeq \epsilon/n(\nabla \times \mathbf{B})_{\perp}$ と表されることがわかる。

図 2 に初期値で規格化した磁気エネルギーと運動エネルギーの和 E' (圧縮性 Hall-MHD では保存量ではない)、ヘリシティー H_1 および $H_2 \equiv H_2 - H_1$ とエンストロフィー F の時間変化を示す。緩和過程において H_2 が最も散逸を受けて減衰し、 H_1 は最もよく保存を保っている。保存量の壊れやすさは、含んでいる微分の階数によって決定され、最も高階の微分を含む保存量を、選択的に散逸をうけるターゲット汎関数とする変分原理は意味を持たないことが指摘されている。Hall-MHD の緩和過程では、最高階微分を含む H_2 が最も保存性が悪く調整を受けながら F が最小化された状態として DB 平衡が得られることが示された。

3 カオスによる無衝突抵抗と高速磁気リコネクション

2 次元 Y 字型磁場配位および、磁場に直交する方向の一様電場のもとで、粒子の運動を考える。無次元化により Newton の運動方程式、電磁場配位は以下のように表される。

$$\frac{\delta}{\delta x} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m_A \mathbf{e} + \mathbf{v} \times \mathbf{b}, \quad \mathbf{b} = \begin{cases} (y \mp \ell, x, 0) & (|y| > \ell) \\ (0, x, 0) & (|y| \leq \ell) \end{cases} \quad (4) \\ \mathbf{e} = (0, 0, 1)$$

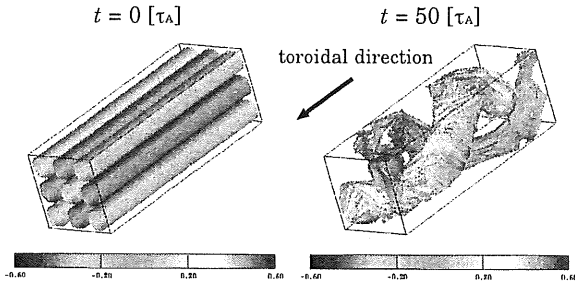


図 1. 初期および緩和状態におけるトロイダル磁場の等値面

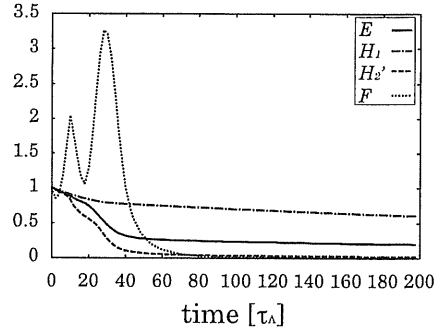


図 2. 初期値で規格化したエネルギー、ヘリシティ、エンストロフィーの時間変化

ここで、 v は粒子の速度、 m_A は Alfvén Mach 数、 $\delta \equiv c/\omega_p$ は無衝突スキン長 (c : 光速、 ω_p : プラズマ周波数)、 l_x は磁場の变化するスケールを表し、 l は定数である。 δ は慣性が重要となるスケールであり、以下 $\delta = l_x$ とする。相互作用をしない (衝突のない) 多数の粒子の運動を、(4) を直接数値的に解くことにより解析した。図 3 に典型的な粒子軌道を示す。粒子は磁場ヌル近傍において、磁気モーメントの保存が破れることによりカオス的な運動を示す。また、 $E \times B$ ドリフト運動により粒子は、長時間カオス領域に留まることができず、下流の磁場が強い領域に掃き出され磁化された運動に移るため開放系となる。磁場ヌル近傍の、局所的なカオス領域を同定するため、局所 Lyapunov 指数 (LLE)[6] を導入した。通常 Lyapunov 指数は、初期に近傍に配置された 2 つの粒子軌道の軌道拡大率の長時間平均で定義され、カオスによるミキシングの時定数を与えるが、開放系においては長時間平均を定義することができない。そこで、多粒子のアンサンブル平均により LLE を定義し、LLE が定常値を示す領域をもってカオス領域と同定した。

カオス領域においては、磁場によるミキシングの効果により粒子は電場方向に加速を受ける。図 4 に、カオス領域内における、電場方向の粒子の平均速度を示す。カオス領域で加速を受けエネルギーを増加させた粒子は、カオス領域から排出されるため、カオス領域における粒子数は指数関数的に減少する。カオス領域における電場のエネルギーの散逸 (粒子の加速) を評価するため、速度ゼロの粒子を供給することによってカオス領域の粒子数が一定となる系を考える (sustained system)。このような系においては、粒子の電場方向平均速度は以下の散逸型の方程式でモデル化することができる。

$$\rho_{\text{eff}} \frac{d\bar{v}_z}{dt} = m_A - \nu_{\text{eff}} \bar{v}_z. \quad (5)$$

ここで、 ν_{eff} , ρ_{eff} は実効衝突周波数、実効質量を表す。数値計算によって得られた実効衝突周波数により、カオスによる実効的な抵抗として

$$\frac{\eta_{\text{eff}}}{\mu_0} = \delta^2 \omega_c^2 \nu_{\text{eff}} \quad (\omega_c: \text{サイクロトロン周波数}, \mu_0: \text{真空の透磁率}) \quad (6)$$

を得る。カオスによる実効抵抗は Alfvén 速度 $v_A = \delta \omega_c$ に依存し、電子温度には依存しないため、高温プラズマにおいては、古典的な衝突による抵抗に比べ非常に大きな値となる。例えば、太陽コロナのパラメタ (密度 = $10^{16} [\text{m}^{-3}]$ 、磁場 = $10^{-2} [\text{T}]$ 、電子温度 = $10^2 [\text{eV}]$) においては約 10^4 倍となる。

イオンのカオスによる無衝突抵抗を、巨視的な磁気リコネクション現象に適用するために、MHD 方程式に支配される巨視的なスケールと、粒子運動が重要となる微視的なスケールをつなぐ中間領域を導入する。巨視的な配位として Petschek によるショック構造を考え [7]、Petschek モデルにおいて磁場が拡散する”散逸領域”に、中間領域としてイオンスキン長スケールのカオス領域が複数 (N) 存在すると仮定する。巨視的領域と中間領域における電場を滑らかに接続することによって、リコネクションの時間スケールを与える電場強度が決定され、また、散逸領域におけるエネルギー収支の評価から、散逸領域の大きさ (L_δ) と衝突

周波数との関係として

$$L_\delta \lesssim \frac{N\delta_i}{4} \nu_{\text{eff}} \quad (7)$$

が得られる。

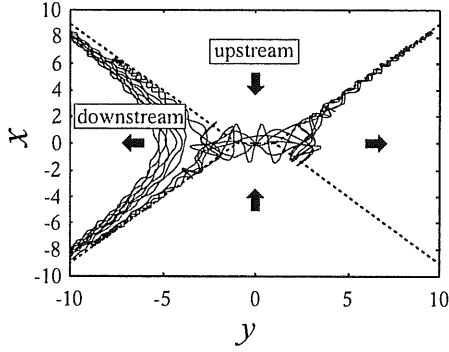


図 3. x - y 平面に射影した粒子軌道

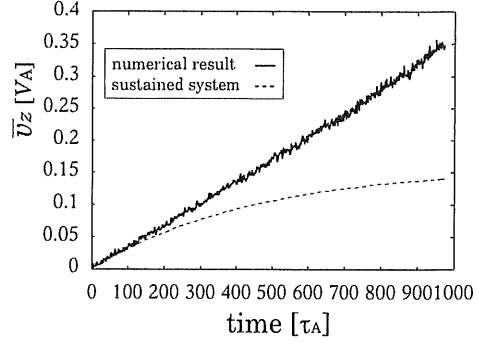


図 4. 電場方向の粒子の平均速度の時間変化

4 結論

二流体プラズマにおける非線形現象について、Hall-MHD の特異摂動効果および、荷電粒子のカオス運動に着目して研究をおこなった。Hall-MHD 方程式を数値シミュレーションによって、解析することにより、理論的に予想される DB 平衡の形成を検証し、一流体プラズマでは見られない磁場に直交する方向のプラズマ流が形成されることを明らかにした。Hall-MHD の緩和過程は、イオンのヘリシティを調整しながら、エンストロフィーを最小化した状態として達成される。また、磁場ヌルを含む、イオンスキン長程度の非一様性をもった電磁場配位中では、粒子のカオス運動効果によって、磁場ヌル近傍で局所的に電気抵抗が古典的衝突による抵抗に比べ非常に大きくなることが示された。カオスによる無衝突抵抗を Petschek の磁気リコネクションモデルの散逸領域に、中間領域を介して接続することにより、古典抵抗を用いたときに存在する Petschek モデルの空間スケールの矛盾を解消する高速磁気リコネクションのモデルを構築した。中間領域として、二流体プラズマで予想されるイオンスキン長程度の揺らぎの構造が存在する DB 平衡が考えられる。

参考文献

- [1] H. Tasso and G.N. Throumoulopoulos, Phys. Plasmas **5**, 2378 (1998).
- [2] R. Numata and Z. Yoshida, Phys. Rev. Lett. **88**, 045003 (2002).
- [3] S.M. Mahajan and Z. Yoshida, Phys. Rev. Lett. **81**, 4863 (1998).
- [4] Z. Yoshida and S.M. Mahajan, Phys. Rev. Lett. **88**, 095001 (2002).
- [5] J.B. Taylor, Phys. Rev. Lett. **33**, 1139 (1974).
- [6] C. Beck and F. Schlögl, *Thermodynamics of chaotic systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993), Chapter 15.
- [7] H.E. Petschek, in *AAS-NASA Symposium on Physics of Solar Flares*, edited by W.N. Hess (National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1964), SP-50.