

論文の内容の要旨

論文題目 Smoothness Priors Analysis of Economic and Financial Time Series
(平滑化事前分布による経済・金融時系列解析)

氏名 川崎 能典

本論文の目的は、経済・金融における時系列データに基づく様々な統計的推論において、平滑化事前分布を利用したモデリングの有用性を、新たなモデリング・推論方法の提案を行いながらさまざまな実際問題に即して示すことにある。統計モデルの選択にあたっては、一貫して情報量規準を用いる。本論文第一章では、各章の内容を要約した後、平滑化事前分布に基づく時系列解析法に関して概観する。更に、統計的モデル選択の議論を振り返り、本論文で用いられる AIC、ABIC、GIC 等の各種情報量規準の構成法を簡潔にまとめる。

時系列解析における平滑化事前分布の利用は、具体的なモデルで考えると大きく二つに分けることができる。ひとつは、ある時系列が与えられたときに、それを観測不能な複数の構成要素に分解する、分解型モデルの解法として平滑化事前分布を採用するやり方である。もうひとつは、例えば線形回帰モデルのような基本的なモデルを、各時点で固有の回帰係数を持つように拡張する、いわば時変係数モデルの推定を可能にするための道具として平滑化事前分布を利用することが考えられる。これらの問題に対しては、状態空間表現と呼ばれるマルコフ表現による定式化と、カルマンフィルタに代表される逐次公式が推定上有効であることが 1970 年代から知られており、本論文もその流れを踏襲している。

第 2 章から第 5 章までは、経済時系列に対する分解型モデルとして最も重要なもののひとつである、季節調整モデルに焦点をあてて議論が進められる。第 2 章は、季節調整法の最適性に関する議論を取り扱っている。季節調整済系列の標本スペクトルが季節周波数

において溝を持つとき、実務家は季節成分が過剰に除去されていると判断しがちである。このスペクトルの溝は、最小平均二乗誤差規準に基づくという意味での最適季節調整法の特徴であって、過剰調整の証拠ではないことを、先行研究を引きながら明らかにする。季節周波数におけるスペクトルの溝は理論上必ず存在するのだが、実証で顕在化するか否かはまちまちである。本論文ではこの現象が平滑化事前分布の広がりと同観測ノイズの分散との比（トレードオフパラメータ）によって説明できることを明らかにする。

第3章は、状態空間型季節調整法における季節成分モデルのひとつの拡張法を提案し、その特徴を明らかにする。通常は、季節成分の一周期総和がある確率変数に従うという、自己回帰型モデルが季節成分モデルとして採用される。本論文では、移動平均パラメータを一個余計に持つ自己回帰移動平均型の季節モデルを提案する。多くの実例で、自己回帰型で推定した季節成分がダミーのように固定的であるのに対し、MA項を持つモデルから導かれる季節成分は若干変動が増しており、同時に ABIC の値を改善する。一方、季節成分の変動が大きくなりすぎている場合は、季節モデルを単純にした上で定常 AR 項に変動を吸収させた方がよい。MA 項の追加が成功しているか否かを判定するための道具として、グラフィカルな判定法を提案している。

第4章と第5章は、季節単位根検定をモデル選択問題で置き換える手法を提案し、時系列予測の観点からその有用性を示す。(季節)単位根検定においては、データを生成するイノベーション過程が有限次元自己回帰過程で近似できることを前提にして漸近的な結果を利用するが、真の過程に MA 項が含まれるときには性質が良くないことが知られている。しかし一方で多くの実証分析が示すように、経済時系列の多くはエアラインモデル (ARIMA(0,1,1)*(0,1,1)_s) によってうまく記述されることが多い。本論文では、状態空間型季節調整モデルとエアラインモデルとの自己相関構造の類似に着目し、ある季節周波数に対応する変動が定常か非定常化を情報量規準で比較する。シミュレーション結果によれば、極端に非定常に近い定常でない限り、提案した手法は真のデータ生成過程を正しく判別する。第5章では、プロシジャを月次時系列に対応するよう拡張した上で、各国の鉱工業生産指数を例に取った模擬予測で有効性を検証する。季節周波数の中でも概して高周波成分ほど季節性は定常と判断され、定常根を導入したモデルの方がアウトサンプル予測の平均二乗誤差にして最大 20% 超の改善が見られる場合もある。

第6章は季節調整問題から離れ、多変量時系列に共通な定常変動成分を抽出する方法を提示する。本論文では、多変量時系列に対する主成分分析あるいは因子分析の諸種法を、推定問題が周波数領域で構成されるかそれとも時間領域で構成されるかをひとつの軸とし、更に手法が主成分分析か因子分析かで、おおまかに4つのマトリックスで既存の手法を整理する。周波数領域での推論は、主成分分析であれ因子分析であれ、元の時系列の離散フーリエ変換によって通常独立同一分布の場合に帰着させる。時間領域における因子分析では、概して潜在過程に明示的なモデルが与えられる。それらは共分散構造のモデリングによるもの、構造時系列モデルや ARMA モデルを採用するものなどがある。時間領域での

因子分析は、背後の因子過程が観測時系列に持つ影響が同時であれば推論上問題はないが、因子過程が遅れを持って作用している場合には適切でない。このことを、平滑化事前分布を利用した動的因子分析モデルを用い、産出ギャップの推定によるインフレ予測の問題を例に説明する。

第7章は、時変係数ベクトル値重回帰モデルの推定法と株価収益率予測への応用を示す。時点を止めたときの時系列は例えば東証一部全銘柄などの銘柄集団(100から1000程度)である一方、説明変数の次元は時変定数項を含めても4から6次元である。このように観測次元が状態ベクトルの次元より大きい場合は、情報量フィルタあるいは情報量平方根フィルタを採用した上で、観測誤差の分散共分散行列(観測次元の正方行列)の逆行列計算を容易にするような共分散構造のモデリングが必要であることが示される。本論文では、3種類の異なるモデルを、情報量規準、運用シミュレーション、推定された時変係数の解釈等から比較検討する。それらのモデルの中では、本稿で提案する **temporal effect model** が最も妥当と判断される。

第8章は、金利の期間構造(イールドカーブ)の推定問題を、平滑化スプラインの枠組みを拡張して議論する。イールドカーブの推定では、割引関数のわずかなゆらぎがスポットレートとフォワードレートの大きな変動として現れる。そこでスポットレートやフォワードレートに直接基底関数をあてはめることが考えられるが、これは必然的に割引関数に対する非線形スプラインに帰着する。ここでは個々の基底関数が非線形だけでなく、推定すべき未知母数に関してモデルが非線形となっている。これに平滑化事前分布を導入した罰則付き最尤法を考え、罰則項の大きさと基底関数の個数の選択規準を一般化情報量規準 **GIC** の枠組みに即して導出する。シミュレーションとデータ解析の結果からは、**B** スプラインを積分した単調関数を基底に持つ指数スプラインか、**McCulloch** 流の自然3次スプライン(いずれも平滑化事前分布あり)の推定精度が良い。また、基底をふんだんに用意して、全てを平滑化パラメータで調節するよりは **GIC** で基底数を選択した方が、精度がよいことも示される。最後にブートストラップ法で、推定された曲線の安定性を検証する方法が提示される。

第9章は、市場取引データなどの、不等間隔かつ高頻度に観測される金融データにおける日内周期性(**intraday periodicity**)のモデリングを取り扱う。ボラティリティと同様に、金融取引の起こりやすさにもクラスター効果があると言われ、その分析目的に自己回帰条件付きデュレーションモデルが利用されることが多い。通常それに先だって、何からの形で日内周期性を推定してイベント生起間隔の規格化が行われる。代表的なものとして、一日を幾つかの **bin** に等分割してデータを振り分け、各 **bin** の平均持続時間に対しスプライン平滑化を行う方法がある。本論文では、この日内周期性調整が妥当であるかどうかを検証する方法として、点過程の条件付き強度関数を三角関数列とラゲール多項式でモデル化する方法を提案する。もし平滑化スプラインによる調整が妥当であれば、クラスター効果に対応するラゲール多項式のみを含むモデルが選択されるはずであるが、実際に円ドル為替

取引(実際には **quote** のみ)のデータで調べてみると、周期性が残存していることが明らかにされる。