

論文の内容の要旨

論文題目

Holography in AdS/CFT correspondence via pp-wave approximation:
field redefinition invariant results from a framework towards exact analysis

和訳:

pp-wave 近似による AdS/CFT 対応のホログラフィー:
近似に依らない解析を目指した枠組による場の再定義不変な結果

氏名 島田英彦

弦理論は統一理論の有力候補である。しかし弦理論は現在摂動論によってしか定義されていない。弦理論全体を理解する為には、非摂動的な現象の理解が不可欠であり、その為には、上記の摂動描像とは異なる新たな描像が求められる。

弦理論が D-brane と呼ばれる励起を持つ事の発見により様々な非摂動的現象の存在が明らかになり、特に次に述べる AdS/CFT 対応が提案された。AdS/CFT 対応とは $AdS_5 \times S^5$ 空間上の IIB 型弦理論が $\mathcal{N}=4$ 超対称性を持つ 4 次元 gauge 理論と等価であるという予想である。この予想により弦理論に対する従来の摂動描像以外の新しい描像を得る可能性がある。

この対応の大きな特徴の一つは、gauge 理論の物理量が弦理論の AdS 空間の境界に関する物理量と対応関係にあるという性質である。この性質は holography と呼ばれている。

しかし、多くの傍証は得られているものの、未だにこの等価性の成立する基本的な原理の理解は極めて不十分なものである。その理解への手掛かりを得る為には、双方の理論で物理量を具体的に計算し比較する事が重要である。

しかし $AdS_5 \times S^5$ 上の弦理論の定義が無く、特に弦の massive mode が扱えない点、及び gauge 理論が強結合である為、gauge 理論側での計算法が殆ど無い点の 2 つの困難があり、この等価性の検証も専ら対称性による制限の強いものに限られていた。

最近、弦理論の新しい近似法 (pp wave 近似) とその近似下での弦理論の自由度に対応する gauge 理論の composite operator (BMN operator) が構成され、上述した 2 つの困難点の一部乗り越えられた。pp-wave 近似の下では量子化を well-defined に行う事が可能であり、特に閉弦の高次の振動 mode を扱う事ができる。更に BMN operator については超対称性により摂動計算が有効であることが見いだされた。

本論文では pp-wave 近似及び BMN operator の AdS/CFT 対応の holography への適用を議論する。まず背景の簡単な review を行う。

次に gauge 理論と holographic に直接対応する弦理論の自由度についての新たな解釈を提案する。既に gauge 理論と対応関係にある弦理論の自由度についての提案はされていたが、それには深刻な問題点があった。即ちその解釈は Holography で用いる AdS 空間での特定の境界条件と直接的に関係付かない。私は土橋卓氏、米谷民明氏との共同研究でこの疑問点を指摘し、更に提案を修正して正しい自由度の対応をとると、holography と結びつく自然な理解を得る事を示した。

我々は、holography の境界条件が、graviton が境界付近で tunneling している状況を表す事に着目した。そして、holography に基づくならば、BMN operator に対応する弦理論の自由度は tunneling に対応する graviton の古典軌道の周りの自由度と考えるべきである事を指摘した。

この様に holography に基づく自由度の同定を行った結果、holography の拡張として BMN operator の 3 点関数以上の対応について議論する事が可能になった。そこで私は相関関数の holographic な計算に pp-wave 近似を適応する為の次の自然な枠組みを提案した。出発点は $AdS_5 \times S^5$ 上の弦の場の理論 (SFT) の存在とその幾つかの性質の仮定である。具体的には (i) 弦の場が無数の AdS 空間上の場からなる事及び (ii) SFT の自由部分が AdS 上の通常の Klein-Gordon 演算子よりなる事を仮定する。この仮定の下で従来超重力場だけに制限された段階で考えられていた holography の計算規則を、SFT level に拡張した。

実際に計算を実行するためには $AdS_5 \times S^5$ 上の SFT の情報が必要となる。pp-wave 上の SFT はその $AdS_5 \times S^5$ 上の SFT の近似と見なせる。基本的な方針は、pp-wave 上の SFT から AdS 上の SFT の情報を読みとることである。実際にその方針に則り BMN operator の 3 点関数を弦理論の立場から計算した。

情報を読みとるために私は幾つかの数学的な道具立てを導入した。第一に、AdS 空間上の pp-wave 背景とよく似た定性的性質を示す座標系を導入した。ここでこの座標系を導入した段階では何らの近似も行っていない点が重要である。第二に、この座標系を利用し Klein-Gordon 方程式の解の新しい基底系を構成した。この基底系は pp-wave 近似の下で pp-wave 上の SFT で用いられている基底系に帰着する。更に私は 3 点関数の holographic な計算で本質的な bulk-boundary propagator を上記の基底系で展開した。この展開は興味深い性質を持つ。即ち propagator の boundary 上での始点に関係したある臨界時刻が存在し、その時刻以降では正 energy の解のみで、その時刻以前では負 energy の解のみで展開される。

この展開を利用して、上記の SFT level での holography の関係により、gauge 理論の 3 点関数を表す表式を得た。この表式は 3 点関数を $AdS_5 \times S^5$ 上の SFT の行列要素の厳密な無限級数で表す。この級数に pp-wave 近似を適用し gauge 理論の 3 点関数を弦理論の立場から計算した。結果は gauge 理論での独立な計算結果と一致する。

この手法の大きな利点は、計算結果が SFT の (ある class の) 場の再定義で不変となる事である。今まで SFT の相互作用項にはある不定性が知られていたが、それはこの再定義の範囲内にあり、私の手法ではその不定性に依存せずに自動的に正しい結果を得る事が可能である。