

論文の内容の要旨

AdS/CFT correspondence and holography in the PP-wave limit (AdS/CFT 対応とその PP-wave 極限におけるホログラフィ)

土橋 卓

AdS/CFT 対応は 97 年に Maldacena によって提案されて以来盛んに研究され、これを支持する多くの結果が得られている。これは $AdS_5 \times S^5$ 背景上の 10 次元 IIB 型超対称 string 理論と 4 次元 $\mathcal{N} = 4$ の SU(N) 超対称 Yang-Mills 理論の間の等価性を主張するものである。しかし、AdS 背景上の string 理論の量子化は困難であるため、これまでの string 側の解析はその低エネルギー理論である超重力理論の領域に限られていた。ところが、02 年、Berenstein, Maldacena, Nastase (BMN) は、ある特別な極限において string massive mode まで含めてこの対応を議論できることを示した。

$AdS_5 \times S^5$ の S^5 の大円を角運動量 J で回る null 測地線近傍の幾何は PP-wave 背景と呼ばれる簡単な計量で表される。この背景上の string 理論は light-cone gauge の下で free massive world-sheet 理論となり量子化できる。BMN はこの string spectrum と、U(1) R-charge J , conformal 次元 Δ を持つ gauge 理論のある特別な operator set が、 $N \rightarrow \infty$, $\Delta, J \rightarrow \infty$, $\Delta - J \sim 1$ の極限で

$$H = \Delta - J \tag{1}$$

の関係を通じて関係づけられることを示した (PP-wave/CFT 対応)。

この対応は、effective gauge coupling $\lambda' \equiv g_{YM} N / J^2 \equiv 1 / (\mu p^+ \alpha')^2$ 及び effective string coupling $g_2 \equiv J^2 / N = 4\pi g_s (\mu p^+ \alpha')^2$ の双方に関して摂動的に成り立つと期待されている (ここで μ は world-sheet mass)。Free spectrum に関しては、対応関係 (1) が λ' 展開に関し高次まで成り立つことが確かめられているが、一方、string 相互作用レベルでこの対応がどのように拡張されるべきかに関しては、 λ' の leading に限っても、これまで決定的な議論が成されていなかった。この問題に対し本論文で解答を与えた。

AdS/CFT 対応における相関関数レベルの対応は、Gubser, Klebanov, Polyakov と Witten が提案した GKP/W 関係によって理解できることは良く知られている。この関係式は、AdS の境界に在る 4 次元 Euclid 空間で定義される gauge 理論の自由度と、AdS の bulk で定義される string 理論の自由度とを、相関関数の母関数を通じて一対一に関係づける、holographic な関係式である。PP-wave/CFT 対応は AdS/CFT 対応の極限として得られるものであるから、その相互作用レベルの対応もこの GKP/W 関係に基づいて理解されるべきである。そのためには、測地線のまわりで定義される string 理論の自由度と境界にある gauge 理論の自由度とを関係付けなければならない。しかし、BMN が基づいた測地線は、horizon から出発し境界に達することなく horizon に戻る軌道であるために、GKP/W 関係に基づいて 2 つの自由度をどう結びつけたらよいか不明である。さらに、彼達は string world sheet の時間座標を gauge 理論側の base space の時間座標とみなすことで (1) の関係を主張し、これに基づいて free spectrum に関して正しい対応関係を得たが、(1) の関係は彼等が用いた測地線に基づいては実は正当化できないことが言える。

本論文ではまずこの点を指摘し、この関係は、境界を出て境界に戻るような軌道に基づいて始めて、AdS 境界付近において正当化されることを示す。この軌道は測地線方程式において、重力ポテンシャルを反転させて得られる tunneling 軌道である。この軌道近傍の幾何もまた PP-wave 背景となることが示される。この軌道に基づくことにより、gauge/string 双方の自由度の対応が GKP/W relation と矛盾することなく説明でき、gauge 理論側の OPE と string 側の S-matrix の計算との間にある対応がつく。特に、gauge/string 各理論において 3 点相互作用を特徴づける OPE 係数 C_{123} と string 相互作用 Hamiltonian の行列要素 H_{123} の間に大まかに $C_{123} \sim (\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1)H_{123}$ の関係が成り立つことが期待される。

この OPE 係数と string 相互作用 Hamiltonian の間の具体的な関係を調べるには、PP-wave 背景上における弦の 3 点相互作用を記述する vertex を、弦の場の理論の枠組みで構成する必要がある。この相互作用 Hamiltonian は SUSY 代数が相互作用レベルで保たれることを 1 つの原理として構成されるが、しかし、PP-wave 背景上では、SUSY 代数の要請だけからその形を一意に決めることはできないことが知られている。実際、 $\mathcal{O}(g_s)$ において、これまでに異なる 2 つの相互作用 Hamiltonian が提案されており、それぞれに基づいて、 $\mathcal{O}(g_2)$ の gauge/string 対応に関して異なる 2 つの提案が成されていた。しかし、どちらの場合も現象論的な関係式であり、各々が GKP/W 関係に基づいてどのように説明されるかも不明であった。

この問題に明確な解答を与えるため、まず supergravity sector に注目し、GKP/W 関係の BMN 極限を考える。Gauge 理論の 3 点関数を GKP/W 関係に従って bulk 側で求めるには、各 operator に対応する境界条件を満たす 3 つの bulk-to-boundary propagator の積を考え、それを bulk interaction point に渡って積分すればよい。3 つの operator の内の 1 つが tunneling path の一方の端点にあり、残りの 2 つが共にもう一方の端点付近にあるという状況下で、この積分の BMN limit を鞍点法で評価し、0+1 次元 effective theory を作る。こうして得られた結果は、tunneling 軌道の近傍で定義される string 理論の相互作用 Hamiltonian が 0-mode sector で帰着すべき形を与え、SUSY 代数の成立に加えてこのことを要請することで、PP-wave 上の SFT 3 点 vertex の形を決定する。結果として、今まで知られている 2 つの 3 点 vertex を同じ weight で足し合わせたものをとるべきことが

示される。

さらに、このようにして決めた相互作用 Hamiltonian の行列要素と、gauge 理論側の CFT 係数との間に、string massive mode も含め、

$$C_{123} = \frac{1}{\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1} \left(f \frac{J_2 J_3}{J_1} \right)^{-\frac{\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1}{2}} \Gamma \left(\frac{\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1}{2} + 1 \right) H_{123} \quad (2)$$

という関係があることを提案する。この提案は、これまで提案されていた現象論的な関係式を包括的に説明することができることも明らかにした。

この関係は、impurity preserving process と呼ばれる、相互作用の前後で励起する string mode の数が変わらない過程に対しては、 $C_{123} = H_{123}/(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1)$ と簡単になる。まずこの特別な場合に関し関係 (2) が string excitation の方向及び種類によらず成立することを、いくつかの具体例を計算することで確認した。次に、より一般的な場合である、impurity が保存しない過程についてこの関係を調べた。 $\mathcal{O}(g_2)$ の対応に対する他の 2 つ提案が impurity の保存する過程のみを対象にしたものであるのに対し、関係式 (2) は impurity の保存しない過程にも適応可能であるという点でより一般的である。Impurity が保存しない場合、相互作用 vertex の Neumann 係数の μ 依存性から、 H_{123} は $\lambda' = 1/(\mu p^+ \alpha')^2$ の展開に関してオーダーが上がるが、その前にかかるファクターがそれと相殺する寄与を与え、その 2 つの寄与が巧く組み合わさることで (2) の右辺が CFT 係数 C_{123} に一致することが示される。これにより、関係 (2) 右辺の J 依存性および total factor の正しさがより一般的な過程に対し確認できた。

以上の研究により、AdS/CFT 対応の PP-wave 極限として得られる PP-wave/CFT 対応において、stringy mode を含めた相関関数レベルの対応が、 λ' の leading かつ g_2 の first order で如何に実現されるかが holography (GKP/W 関係) の観点から初めて明らかにされた。