

## 論文の内容の要旨

論文題目 Self-sustained non-equilibrium state in Hamiltonian dynamical systems  
(ハミルトン力学系における非平衡状態の自続現象)

氏名 森田英俊

**動機** 全ての閉じた系は平衡へと向かう。しかしその緩和の仕方は様々であってよい。素早く緩和するものもあれば、ガラスのようになかなか緩和しないものもある。そんな中、自ら緩和を遅くする、すなわち非平衡状態が自発的に維持される、という仕組みは可能だろうか。非平衡開放系における動的振舞いや空間パターン、さらには生命現象が、その外部も含めて系と見たときに安定して存在している理由を考察する上で、これは重要な問いである。

この仕組みが可能だとしたら、それは平衡から非常に遠いところにおいてであろう。平衡に近い系はほとんど独立な励起モードの重ね合わせで表され、それぞれ温度等の平衡状態での物理量に応じて緩和する。それに対し平衡から非常に遠いと、励起モード同士の協同効果が無視できなくなり、平衡での物理量では決定できない何らかの内部状態が生じるであろう。この内部状態は緩和に影響を与え、また逆に緩和することで変化してゆくだろう。このように内部状態の動的変化と緩和とが相互に依存し合うことで、非平衡状態が自発的に維持される現象が見られないだろうか。

このような動機の下、著者らは簡単な大自由度 Hamilton 力学系を用いて強い非平衡状態からの緩和を研究した。その結果、非平衡状態が自発的に維持される三つの新しいクラスの緩和現象を実際に発見し、解析した。これらの結果を通して、非平衡状態の自続現象が起きる仕組みについて議論した。

I. 緩和ボトルネックの自己組織化 (Figure 1) 平均場 XY 模型の Hamilton 力学系

$$H(\theta, p) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2} + \frac{J}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [1 - \cos(\theta_i - \theta_j)], \quad (1)$$

において、系の一部分を強く励起したところ、緩和のボトルネック——緩和が極端に遅くなるところ——が間欠的に観察された。いま、非励起部分は非常に大きいので熱浴の役割を果たす。それに対し励起部分は比較的小さく、緩和するにつれて状態が動的に変化するため、その熱力学的状態（その「有効」温度で指定）が全系における内部状態の役割を果たす。この内部状態と緩和との関係を調べたところ、まず、その内部状態が相転移の臨界状態にあるときにボトルネックが現れることが分かった。また、内部状態には臨界へと向かうダイナミクスが内在することが分かった。さらにこれら二つの数値結果を解析的に評価した。これより、このエネルギー緩和のボトルネックは自己組織化される、という結論が得られた。

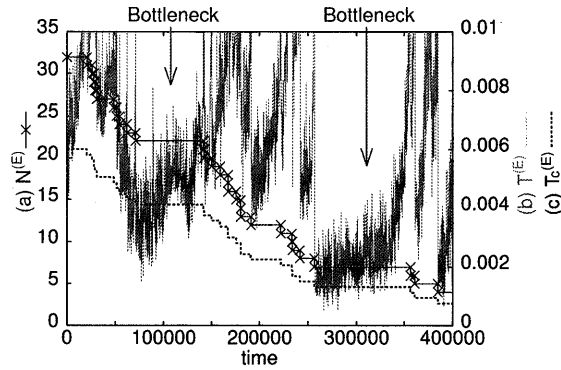


Figure 1: (a) 励起要素数, (b) 有効温度, (c) 有効臨界温度の時系列. 有効温度が臨界温度に近付くときにボトルネックが現れている。

II. 協同効果による緩和の発散 (Figure 2) 一次元 XY 模型の Hamilton 力学系

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{p_i^2}{2} + J[1 - \cos(\theta_{i+1} - \theta_i)] \right\}, \quad (2)$$

についても同様の緩和過程（この場合、系の一部ドメインを励起する）を調べた。緩和が進めば進むほど、残された励起部分がさらに励起されて緩和が遅くなる——すなわち励起状態が自発的に維持され、観測時間内では平衡に達しない、という現象が観察された。平均場模型と同様の内部状態のダイナミクスについて調べると、有効温度（＝内部状態）がある値まで増え続け、そこでは励起部分の重心運動量が増える構造が内在していた。つまり、励起部分がより励起される構造が自己組織化されることが分かった。さらにこの緩和の長時間挙動を調べ、熱力学極限（ $N \rightarrow \infty$ ）で漸的に、励起の強さが  $N$  の対数で、平衡への緩和時間が  $N$  の冪乗で、それぞれ発散することを解析的に示した。

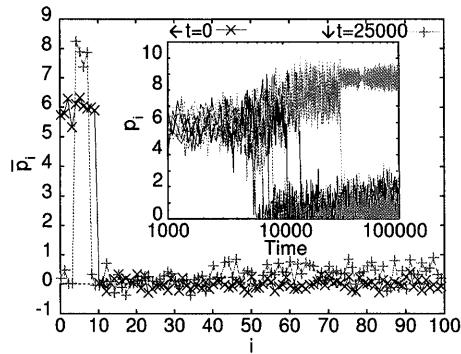


Figure 2: 励起直後 ( $t=0$ ) およびしばらく経ったとき ( $t=25000$ ) の運動量 profile. 囲みの中は, 対応する運動量の時系列. 境界の要素が緩和することで残された部分がさらに励起される.

**III. 大自由度 Hamilton 力学系における集団運動 (Figure 3)** 再び平均場 XY 模型の Hamilton 力学系 (1) を用いて, 今度は励起するのではなく, 平衡とは異なる初期分布を与え, そのからの緩和を調べた. これまでも同様な緩和過程について多くの研究がされているが, 著者らはある新しい準安定状態を発見した. そこでは巨視的物理量 (平均場=秩序変数や温度) および分布関数が Hopf 分岐を起こし, 時間的に周期・準周期的に振舞う (集団運動). この振舞いは熱力学極限 ( $N \rightarrow \infty$ ) でも消えずに残り, その持続時間も  $N$  とともに発散する. また, この準安定状態は熱力学ポテンシャルの極小値ではなく, 集団運動を起こすことで安定化した, 本質的に非平衡な状態である. このように, 保存系において集団運動が「散逸構造的に」振舞う例をはじめて見つけた.

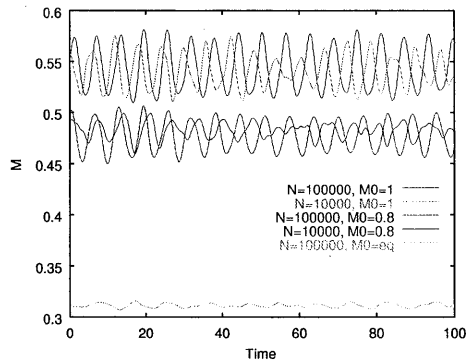


Figure 3: 平均場  $M(t)$  の時系列. 非平衡状態では  $N$  を大きくしても振動が残るのに対し, 平衡状態では  $N$  が大きくなると振動はなくなる.