A Noncommutative Geometrical Discription of D-branes onOrbifolds
(Orbifold 上における D-brane の非可換幾何的記述)

氏名: 市川 憲人

概 要

非可換幾何学は弦理論における時空の幾何学における重要な性質を記述する有力な候補である。特に D-brane と呼ばれる弦理論のソリトン解は、非可換ソリトンと呼ばれる非可換空間における場の理論特有のソリトン解として記述することができる。

筆者は非可換ソリトン解をシステマティックに構成する方法である solution generating technique を、非可換オービフォールドにも適応できるように拡張した。この拡張された手法は $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_n$ 型オービフォールド上の弦理論の非摂動論的性質を記述するのに有用である。例えば $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_n$ 型オービフォールド上における一般的な D-brane と反 D-brane の対消滅の結果を計算することが可能になる。筆者はこの計算を実行し、D-brane と反 D-brane の対消滅を分類した。新しい結果としてオービフォールドを wrap する D4-brane と反 D4-brane の対消滅の結果として D2-brane と D0-brane の束縛状態が生じる現象を発見した。この結果は非可換幾何学的な方法の有用性を示している。この論文において拡張された solution generating technique やそれと同様な方法を用いて、平坦な空間以外における弦理論の非摂動論的性質を調べることのできる可能性を示唆している。

1 動機

素粒子論の大きな目的の一つは、全ての物理的な現象のもとになる要素的な現象を解明し、それに統一的な記述を与えることである。現在のところ、ミクロの領域はゲージ理論の一種である標準理論にいくつかの修正を加えた理論が非常に精度よく記述しており、一方マクロの領域では、一般相対性理論が良い記述を与えている。しかし、この両理論を統一する為に必要な重力場の理論の量子化は重力場が繰り込み不可能な為にうまくいっていない。したがって、統一理論を与える為には重力場とゲージ場の新しい量子化を考える必要がある。その有力な候補が弦理論である。

弦理論はゲージ理論と一般相対論の双方をその低エネルギー極限として自然に含み、一般相対論とゲージ理論を統一した理論になっている。さらに弦理論が自然を記述する統一理論であることを示す為には、宇宙の時空の次元や時空の形を導き出したり、標準理論のゲージ群や素粒子の種類・質量・結合定数等を説明する必要がある。その為には、弦理論の真空の構造を調べて、真の真空がどのようにして選ばれるかを知る必要がある。よって、弦理論の非摂動論的性質の理解が不可欠である。

一方で、弦理論は非可換幾何としての一面を持っている。NS-NS2 形式のバックグラウンドを入れた場合の低エネルギー極限は非可換空間上の場の理論となり顕な非可換性を持つ他、開弦の場の理論も非可換性を持つ等、いくつかの非可換幾何学的な性質が知られている。

弦理論を非可換幾何としてとらえると、比較的理解しやすい非可換空間上の場の理論で弦理論の非摂動論的性質の一部を捉えることができる。特に非可換空間上の場の理論に特徴的なソリトン解である非可換ソリトンは、D-brane と同定することができる。この同定に特に注目して、非可換場の理論をはじめとする非可換幾何学の概念を用いて弦理論の非摂動論的な性質の理解を深める為の方法を深めようというのが、本論文の動機である。

2 諸概念

2.1 非可換幾何学

点の集合としての空間を捉えるという一般的な方法以外に、空間の上の関数のなす代数を研究することによっても、様々な幾何学の情報を研究することができる。このことに注目して、代数として非可換な代数を導入することにより、空間の概念を拡張することができる。Seiberg-Witten は弦理論のある極限の下でこうした空間が導かれることを示した。

2.2 Solution generating technique

弦理論と関係する非可換空間の理論の中でも最も単純な空間として非可換平面を挙げることができる。非可換平面上の場の理論の非可換ソリトン解を研究する上で、非常に有用な手法として solution generating technique という手法が知られている。この手法は非可換ソリトン解から別の非可換ソリトン解をシステマティックにいくつも生成する手法で、これによって簡単なソリトン解を一つ見付ければそこから別のソリトン解をいくつでも得ることができる。

2.3 Orbifold 上の弦理論

Orbifold とは、多様体に有限群が作用している時に、その多様体を有限群の作用で割った商空間のことである。今この論文で考えるのは、複素 2 次元空間 $\mathbb{C}^2$ に位数 n の巡回群 $\mathbb{Z}_n$ が次のような作用

$$(z_1, z_2) \mapsto (\xi z_1, \xi^{-1} z_2), \quad \xi = e^{\frac{2\pi i}{n}} \tag{1}$$

を考えた時の商空間である。この空間を $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_n$ と表記する。

今、この空間に $\mathbb{Z}^6$ を直積した 10 次元空間の上での弦理論を考える。Orbifold 上の弦理論には、いくつかの特徴的な性質があることが知られている。これは、Orbifold に作用する有限群が理論に作用することにより、twisted-sector という新たな対象が導入されることに由来している。

3　本論の結論

Martinec と Moore の論文に基いて、筆者は非可換 $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_N$ 上の非可換代数を構成した。この $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_N$ は解析しやすいが非自明な空間であり、非可換の方法を非自明な空間にまで拡張する第一歩として適している。

そこには N 種類の非可換ソリトン解があり、筆者はこのソリトン解と Orbifold 上のソリトン解の与えるルールを提唱した。また D-brane や D-brane と反 D-brane の系を与える作用を導出した。さらに、平面上でのみ定義されていた、Solution generating technique を非可換 $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_N$ 上でも適用できるように拡張を行った。この拡張の副産物として、非可換ソリトンを $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_N$ 上の D-brane と同一視した時に非可換ソリトンが満たすべき性質である、tension と charge の分数化や原点への D0-brane の固定などについて議論した。

以上の結果の応用として、非可換 $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_N$ 上の様々な D-brane と反 D-brane からなる系が崩壊してより低い次元の D-brane になる現象についての計算を行ない、どのような D-brane が作られるかを計算した。これは境界場の弦の場の理論によって計算されていた過去の結果と一致しており、その計算結果のうちのいくつかは、この論文により提唱された方法によって初めて計算されたものであった。