

## 論文審査の結果の要旨

氏名 家田 淳

本学位論文は5章からなり、1章はボース・アインシュタイン凝縮体についての序論、2章は弱く相互作用するボース系の理論的基礎、3章は行列 Schrödinger 方程式に対する逆散乱法、4章はスピノール型明ソリトン、5章は結論を述べている。

本研究は、1990年代に発見された、レーザー冷却という方法で冷却された原子気体におけるボース・アインシュタイン凝縮を対象とし、この系における物質波ソリトンを理論的に解析したものである。この研究では、数理解物理学的に発展しているソリトン理論をレーザー冷却原子気体という具体的なものに適用し、特に、ボース・アインシュタイン凝縮が多成分系（構成元素がスピン自由度を持つ場合）に、特有な多成分ソリトンが存在することを理論的に予言したものである。

アインシュタインによって1925年に予言されたボース・アインシュタイン凝縮 (BEC) は、 $^4\text{He}$  の超流動の発見、より広い意味ではフェルミオン系における超伝導や $^3\text{He}$  の超流動によって存在は確立された。BECは「巨視的量子現象」として著しいものであるが、1990年代にアメリカの幾つかのグループにより発見されたレーザー冷却原子気体における BEC の注目すべき点は、実験的には系を支配する様々なパラメータが実験的に制御可能であり、理論的には希薄系であるためにボース系に対する平均場理論がよく実験を説明することである。はじめの点に関しては、様々な原子種を用いることができる、Feshbach 共鳴と呼ばれる現象を用いて原子間相互作用を（斥力から引力にわたって）制御することができる、系を閉じ込める領域の形状を自在に選択することが可能、などの制御がされている。第二の点については、系を記述する方程式を、ソリトン理論などで用いられる典型的な非線形方程式（例えば非線形 Schrödinger 方程式）に焼きなおすことができるの便利さを与える。具体的には、弱く相互作用する希薄ボース気体の理論として確立している Gross-Pitaevskii 方程式が用いられる。直感的には、BEC を構成する個々の原子 ( $10^5 \sim 10^7$  個) はコヒーレンスを獲得し、原子雲全体があたかも巨大な単一原子であるかのように振舞うが、この結果生じる巨大原子の波動関数を記述する方程式である。数学的には、Gross-Pitaevskii 方程式は非線形 Schrödinger 方程式と等価である。

このような状況の中で、2002年、米、仏の両グループにより、Li原子によるBECの物質波ソリトンが観測された。これらの実験は、系の原子間相互作用が引力であり、かつ系を1次元的な領域に閉じ込めた場合に観測された。ソリトンは、非線形系に特徴的な状態であるが、特に物質波ソリトンは、原子レーザー、コヒーレント物質輸送などへの応用が期待されており、さらには量子情報・通信の素子としても注目を集めはじめた。気体原子のBECにおいては、原子が内部自由度（多成分）をもつという特徴があり、本論文提出者はここに着目した。

本研究の基礎となるGross-Pitaevskii方程式を多成分に拡張すると、多成分非線形方程式に対するソリトン理論を構成することが要求される。一般に、非線形系におけるソリトンは、逆散乱法と呼ばれる技法で解くことができることが知られている。これは、非線形発展方程式の初期値問題を線形問題に変形することで解く手法である。非線形Schrödinger方程式に対する逆散乱法を多成分（行列型）に拡張することは土田・和達により1998年に行われた。この場合多成分のソリトン解が存在することも示されていた。そこでは遠方でゼロとなる境界条件が課されていたが、論文提出者は、非線形項の符号を変え、境界条件も遠方で定数となる場合についてもソリトン解の表現を新たに与えた。

次に論文提出者は、多くのアルカリ原子がそうであるような、 $f=1$ 超微細基底状態をもつ原子からなる系を、多成分系の典型例として考えた。この場合、凝縮体は3成分スピノルと呼ばれるベクトル型秩序パラメータで特徴付けられる。また、閉じ込めに関しては、実験でも実現されているような、凝縮体の運動が1次元方向に限定された状況を採用した。この場合、原子間相互作用は、引力か斥力かを特徴付けるパラメータ $\bar{c}_0$ と、スピン間相互作用を特徴付けるパラメータ $\bar{c}_1$ で指定される。論文提出者は、この非線形な方程式系が、条件 $\bar{c}_0 = \bar{c}_1 < 0$ （引力的で、スピン間には強磁性的な交換相互作用で、両者の大きさが一致）が成立するとき、解析的に解くことができる（完全可積分となる）ことを証明し、土田・和達の行列逆散乱法を適用することでソリトン解を厳密に求めた。

原子間相互作用の制御には、これまでは磁場をかけたときに生じるFeshbach共鳴が広く用いられてきた。一方、外部磁場をかけるとスピン自由度が凍結されるので、スピノル型BECソリトンの実現には障害となる。しかし、系を1次元的に閉じ込めた場合は、Olshanii(1998)が示したように、閉じ込め誘起共鳴のために原子間相互作用が実効的に変化する。したがって、閉じ込めポテンシャルとしてレーザー光（電場）を用いれば、トラップと可積分条件の双方を同時に実現することが可能となることが提案された。

得られたソリトン解は、ソリトンごとの磁化に応じて、強磁性型と極性型に大別される。極性的なソリトンには二山のピークを持つ解が含まれており、別種のソリトン方程式である佐々・薩摩(1991)の高階非線形Schrödinger方程式との関連性が示唆される。次に、2ソリトン解を解析することにより、二つの多成分ソリトンの衝突の詳細も調べられた。これにより、極性ソリトン同士の衝突では、位相・位置シフトを除けば2ソリトンはすり抜ける。一方、強磁性ソリトン同士の衝突は磁化歳差運動として解釈できることを明らかにした。極性ソリトンと強磁性ソリトンの散乱では、強磁性ソリトンが位相・位置シフトを受けるのみであるのに対し、極性ソリトンには成分間に振幅の遷移が生じる。つまり、全粒子数や全磁化は系の保存量であるため衝突の前後

で変わることはないが、内部自由度の間では遷移が許される。これを用いて、物質波を量子情報処理に応用する可能性も指摘された。

以上のように、本学位論文では、逆散乱法という数理物理学的手法によって構成した厳密解の解析により、現実実験されているスピノール型ボース・アインシュタイン凝縮体における物質波ソリトンの性質を明らかにした。その結果、新奇な物理現象として、巨視的磁化の歳差運動や成分間のスイッチングといった現象が予言された。これは、今後発展が期待される原子 BEC の分野で重要な結果であると思われる。なお、本論文の一部は和達三樹教授、鶴見剛也、宮川貴彦の各氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって研究したものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、審査員全員により、博士（理学）を授与できると認める。