論文審査の結果の要旨

氏名　伏屋広隆

本論文では市場が完全ではない現実的な状況において、無裁定条件の下では現れない確率過程が導かれうることを、確率過程の極限定理を通じて考察している。確率モデルをたて、問題を数学的問題に帰着させたことにより、実際には、数学としては 1 次元離散時間マルコフ過程の粘性的反射壁ブラウン運動への収束定理を証明している。

μ_W^λ, $\mu_{Z+}^\lambda, \lambda \in (0,1]$, はそれぞれ $\mathbf{R}$ 及び $(0,\infty)$ 上の確率分布、$p^\lambda \in (0,1]$, $\lambda \in (0,1]$ は数列とする。これらに対して以下の仮定 (A.1),(A.2) が成立するものとする。

(A.1) 正の定数 a, K が存在して、

$$\sup_{\lambda\in(0,1]} \int_{\mathbf{R}} \exp(a|x|)\mu_W^\lambda(dx) < \infty, \qquad \int_{\mathbf{R}} x\mu_W^\lambda(dx) = 0,$$

$$\int_{\mathbf{R}} x^4\mu_W^\lambda(dx) + \int_{(0,\infty)} x^4\mu_{Z+}^\lambda(dx) \le K\lambda^4, \qquad \lambda \in (0,1].$$

(A.2) 正の定数 σ, m_{Z+}, p が存在して、

$$\lim_{\lambda\to0} \lambda^{-2}\int_{\mathbf{R}} x^2\mu_W^\lambda(dx) = \sigma^2, \qquad \lim_{\lambda\to0} \lambda^{-1}\int_{(0,\infty)} x\mu_{Z+}^\lambda(dx) = m_{Z+},$$

$$\lim_{\lambda\to0} \lambda^{-1}p^\lambda = p.$$

$\{W_n^\lambda\}_{n=1}^\infty, \{Z_n^\lambda\}_{n=1}^\infty$ を次を満たす確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上の確率過程とする。

(1) $W_n^\lambda, Z_n^\lambda, n = 1,2,\cdots,$ は独立。

(2) W_n^λ, $n = 1,2,\ldots,$ は同分布 μ_W^λ を持つ。

(3) Z_n^λ, $n = 1,2,\ldots,$ は同分布を持ち、 $Z_n^\lambda \ge 0$ $a.s.$,

$$P(Z_n^\lambda \in dx | Z_n^\lambda > 0) = \mu_{Z+}^\lambda(dx), \qquad P(Z_n^\lambda = 0) = 1 - p^\lambda.$$

確率過程 $\{X_n^\lambda\}_{n=0}^\infty$, $x \in [0,\infty)$, $\lambda \in (0,1]$, を帰納的に

$$X_0^\lambda(x) = x,$$

$$X_n^\lambda = \begin{cases} (X_n^\lambda + W_n^\lambda) \vee 0, & X_n^\lambda > 0, \\ Z_n^\lambda, & X_n^\lambda = 0. \end{cases}$$

で定義する。また、

$$S_n^\lambda = \sum_{k=1}^n W_k^\lambda, \qquad \lambda \in (0,1]$$

で定義する。さらに、

$$X_t^\lambda(x) = X_{[\lambda^{-2}t]}^\lambda(x) + (\lambda^{-2}t - [\lambda^{-2}t])(X_{[\lambda^{-2}t]+1}^\lambda(x) - X_{[\lambda^{-2}t]}^\lambda(x)),$$

$$S_t^\lambda = S_{[\lambda^{-2}t]}^\lambda(0) + (\lambda^{-2}t - [\lambda^{-2}t])(S_{[\lambda^{-2}t]+1}^\lambda(0) - S_{[\lambda^{-2}t]}^\lambda(0)),$$

とおき、$\{(X_t^\lambda(x), S_t^\lambda),\ t \geq 0\}$ の与える $(C([0,\infty); \mathbf{R}^2),\ \mathcal{B}(C([0,\infty); \mathbf{R}^2)))$ 上の分布を Q^λ とする。論文では、さらに若干技術的な仮定 (B.1)〜(B.3) の下で次の定理が証明されている。

定理　Q^λ は $\lambda \downarrow 0$ のとき $C([0,\infty); \mathbf{R}^2)$ 上の確率測度として弱収束する。その収束先を Q とすると、$X_t = X_t(w) = w_1(t)$, $W_t = W_t(w) = \sigma^{-1} w_2(t)$, $w = (w_1, w_2) \in C([0,\infty); \mathbf{R}^2)$, とおくと、$Q$ の下で $\{W_t\}$ は Wiener 過程であり、

$$X_t = x + \sigma \int_0^t 1_{(0,\infty)}(X_s) dW_s + p(m_{Z+} + \beta) \int_0^t 1_{\{0\}}(X_s) ds, \qquad t \geq 0,$$

が成立する。ここで、 $\beta > 0$ は仮定 (B.2) に現れる定数。

この定理は、従来知られている結果を例として含み、大幅に拡張したものとなっている。

論文ではまた フィルトレーションの漸近展開の問題も取り扱っており、系過程の拡散項がゼロに収束するとき観測過程の情報に対する条件付き期待値の漸近展開公式を与えている。

このように本論文ではファイナンスのモデルに関連して確率過程の極限定理を示し、新しい確率過程モデルの可能性を示唆しており高く評価できるものである。

よって、論文提出者　伏屋広隆　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。