# 論文審査の結果の要旨

氏名 望月　哲史

$k$ を体とし，$G_1, \ldots, G_r$ を $k$ 上の準アーベル多様体とする．このとき，Milnor$K$ 群の一般化として，可換群 $K(k, G_1, \ldots, G_r)$ が定義されている．$G_1, \ldots, G_r$ がすべて乗法群 $\mathbf{G}_m$ であるときには，これは Milnor$K$ 群 $K_r^M(k)$ と一致する．たとえば，$k$ が局所体で，$C$ が $k$ 上の代数曲線のときには，$J(C)$ を $C$ のヤコビ多様体とすると，群 $K(k, \mathbf{G}_m, J(C))$ は $C$ の類体論との関係でよく調べられている．

最近 Voevodsky らにより，モチーフの圏が構成されているが，群 $K(k, G_1, \ldots, G_r)$ は次のようなモチーフ論的解釈をもつと予想されている：準アーベル多様体 $G$ に対し，それが定める $k$ 上の混合モチーフの圏 $\mathcal{M}_k$ の対象も同じ記号 $G$ で表わす．

**予想 1** 標準同型 $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}_k}(\mathbb{Z}, G_1[-1] \otimes \cdots \otimes G_r[-1]) \to K(k, G_1, \ldots, G_r)$ が存在する．

$G_1, \ldots, G_r$ がすべて乗法群 $\mathbf{G}_m$ であるときには，標準同型 $H^r_{\mathcal{M}}(k, \mathbb{Z}(r)) \to K_r^M(k)$ が知られており，予想 1 は，これの一般化と考えられる．本論文の主結果は，予想 1 の部分的な解決である．

**定理 2** 予想 1 は，$G_1, \ldots, G_r$ が $k$ 上のスムーズ射影代数曲線 $C_1, \ldots, C_r$ のヤコビ多様体ならば正しい．

以下 $G_1, \ldots, G_r$ が，$k$ 上のスムーズ射影代数曲線 $C_1, \ldots, C_r$ のヤコビ多様体であるとする．標準同型 $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}_k}(\mathbb{Z}, G_1[-1] \otimes \cdots \otimes G_r[-1]) \to K(k, G_1, \ldots, G_r)$ の構成の概要は次のとおりである．Voevodsky の構成したモチーフの圏では，モチーフはある種の層の複体として定義される．この構成により，群 $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}_k}(\mathbb{Z}, G_1[-1] \otimes \cdots \otimes G_r[-1])$ はテンソル積 $G_1(k) \otimes \cdots \otimes G_r(k)$ の商群として表わされる．この表示と，群 $K(k, G_1, \ldots, G_r)$ の定義より，標準写像 $G_1(k) \otimes \cdots \otimes G_r(k) \to K(k, G_1, \ldots, G_r)$ は，標準射 $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}_k}(\mathbb{Z}, G_1[-1] \otimes \cdots \otimes G_r[-1]) \to K(k, G_1, \ldots, G_r)$ をひきおこす．

この射が同型であることの証明は，逆写像を構成することによってなされる．群 $K(k, G_1, \ldots, G_r)$ の定義より，逆写像を構成するためには，群 $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}_k}(\mathbb{Z}, G_1[-1] \otimes \cdots \otimes G_r[-1])$ について，ある種の相互法則がなりたつことを示せば十分である．この相互法則は，モチーフの平坦射に対するひきもどし射と，正則埋め込みに対する Gysin 射の両立性から従う．

以上のように，本論文では，アーベル多様体にともなう Milnor$K$ 群の類似について，それらがヤコビ多様体の場合にモチーフ論的解釈をもつことを示している．よって論文提出者 望月 哲史 は博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．