

論文の内容の要旨

論文題目 Stochastic generalized optimal velocity model
and metastability
(確率最適速度モデルと摂動不安定状態の研究)

氏名 金井 政宏

1 交通流モデルの提案

交通流とは自律駆動する多粒子の系で、熱力学的な平衡状態から遠い状態にある。各粒子の運動法則は古典力学の範疇になく、近距離相互作用と確率的な振る舞いによって非常に複雑な集団現象を示す。渋滞は最も基本的な現象であり、その形態から発生の原因まで様々な立場からの研究が行われてきた。交通流モデルは、微視的なものから巨視的なもの、決定論的なものから確率論的なもの、離散的なものから連続的なものと極めて多様であるが、そのなかでも近年よく研究されているものがセル・オートマトン (CA) と確率過程モデルであり、CA にノイズを入れたタイプのモデルが主流になりつつある。

これに対して、我々は以下で説明するように確率分布関数を導入した確率 CA モデルを提案する。まず一般的な形で確率 CA モデルを導入する。ここでは、車道は1次元の格子 (サイト数 L) とし、 N 台の車が走っているものとする。また、 i 番目の車の位置を x_i^t とし、この車が時刻 t に m サイト分だけ前に進むとする確率を与える分布関数を $w_i^t(m)$ と表す。以降、この w_i^t を intention と呼ぶことにする。特に、車の最高速度を M とすると $\sum_{m=0}^M w_i^t(m) = 1$ である。そして、各車は以下の手順に従って時間発展して行く。

1. 時刻 t において、車の配置 $x_i^t \equiv \{x_i^t\}_{i=1}^N$ および intention w_1^t, \dots, w_N^t が与えられている。
2. 次の時刻の intention w_i^{t+1} を

$$w_i^{t+1}(m) = f_i(w_i^t; x_i^t; m) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1.1)$$

により計算する。ここで、 f_i は考えている系を特徴付ける適当な関数である。(例えば (1.3) のように取る。)

3. 上で計算された intention $w_1^{t+1}, w_2^{t+1}, \dots, w_N^{t+1}$ に従って各車が進むサイト数 $M_i^t \in \{0, 1, \dots, M\}$ を確率的に与える。
4. 各車は

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \min(\Delta x_i^t - 1, M_i^t) \quad (1.2)$$

に従って進む。ここで、 $\Delta x_i^t := x_{i+1}^t - x_i^t$ である。すなわち前の車に追突してしまう場合は直前で止まることになる。(このルールを hard-core exclusion という。)

以下では、特に最高速度 $M = 1$ の場合を考える。この場合 $v_i^t \equiv w_i^t(1)$ とすれば $w_i^t(0) = 1 - v_i^t$ であるから、 v_i^t についての式だけで系の時間発展を記述できる。そこで特に

$$v_i^{t+1} = (1 - a)v_i^t + aV(\Delta x_i^t) \quad (1.3)$$

と選び、これを確率最適速度モデル (SOV) と呼ぶ。ここで、 a ($0 \leq a \leq 1$) はパラメータで運転者の状況判断能力にあたる。また、 $V(\Delta x)$ は最適速度函数と呼ばれ、車間距離 Δx のときの最適な速度を与えるものである。特に $a = 0$ の場合、 $p = v_i^0 = v_i^1 = \dots$ であるから Asymmetric Simple Exclusion Process に、また $a = 1$ の場合には $v_i^{t+1} = V(\Delta x_i^t)$ となりこれは Zero Range Process と呼ばれる確率過程で、どちらも配置 $\{x_i^t\}_{i=1}^N$ に対する確率分布が厳密に求まるという意味で可解である。このとき、(1.2) に対応する式は

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_i^t + 1 & \text{with probability } v_i^{t+1} \\ x_i^t & \text{with probability } 1 - v_i^{t+1} \end{cases} \quad (1.4)$$

と書かれる。これはまた期待値として

$$\langle x_i^{t+1} \rangle = \langle x_i^t \rangle + v_i^t \quad (1.5)$$

を意味する。(1.3) および (1.5) から、もとの最適速度モデル (連続、決定論的)

$$\dot{x}_i = a(V(x_{i+1} - x_i) - \dot{x}_i) \quad (1.6)$$

の離散・確率版と考えることができる。

2 モデルの性質

交通流の性質を端的に示す量として流量 (flux) が計測される。流量は流体力学で用いられている物理量で密度×速度により与えられる。そして、密度に対する流量の変化を表した図を特に基本図と呼ぶ。

OV 函数を次のように取る。

$$V(\Delta x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \Delta x < 2 \\ 1 & \Delta x \geq 2 \end{cases} \quad (2.7)$$

この場合の基本図を FIG.1 に示す。このように SOV モデルは同一の密度に対し二つの安定状態が共存する相転移領域 (またはヒステリシス) を持つ。FIG.1 では密度が 0.24 ~ 1/3 で相転移が起こる。流量が密度に比例している安定状態 (自由相) は臨界点を越えると摂動に対して不安定になり、メタ安定状態と呼ばれる。また、密度が臨界点を越えると現れる状態 (渋滞相) は常に安定でメタ安定状態は摂動により渋滞相に遷移する。

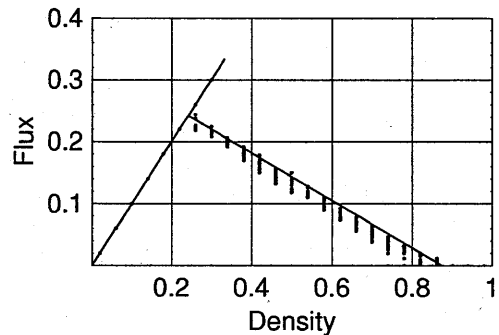


図1 ステップ型 OV 函数を持つ SOV モデルの基本図 ($a = 0.4$)。シミュレーション (点) と理論的に見積もり (直線) はすべての a で十分な一致を見た。

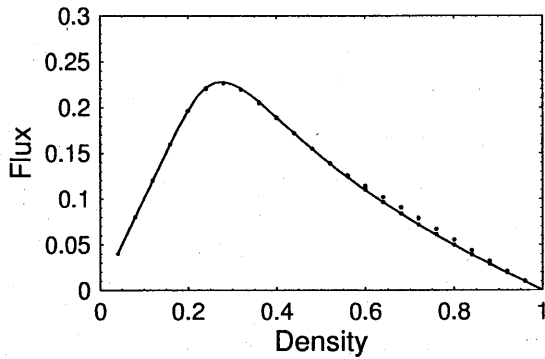


図2 tanh 型の OV 関数を持つ SOV モデルのシミュレーションによる基本図 ($a = 0.8$)、および ZRP ($a = 1$ の場合に相当) の基本図。OV 関数 (2.8) の場合 $0.7 < a \leq 1$ では基本図はほぼ同じで ZRP の厳密解による見積もりが可能。

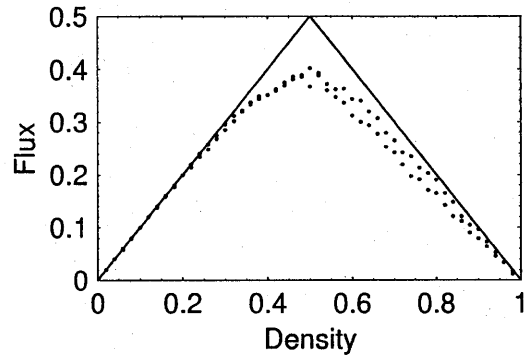


図3 tanh 型の OV 関数を持つ SOV モデルのシミュレーションによる基本図 ($a = 0.01$)、および ASEP ($a = 0$ の場合に相当) の基本図。ただし、10 ステップ経過後の流量を描いている。

より現実に近い OV 関数の場合、相転移領域が複雑になるため基本図を見積もることは困難である。しかし、 $a \sim 1$ ならば ZRP ($a = 1$) の基本図により見積もることができる。(FIG.2 の表題参照) また、 $a \sim 0$ の場合、非常に短時間の間だけ ASEP の基本図が実現されるが (FIG.3 を参照)、長時間経過後の定常状態では崩れてしまう。ここでは次の OV 関数を例に取る。

$$V(\Delta x) = \frac{\tanh(\Delta x - 3/2) + \tanh 3/2}{1 + \tanh 3/2} \quad (2.8)$$

V は $x = 3/2$ で変曲点を持ち、(2.7) に近い形をしている。

基本図の計算はサイト数 $L = 1000$ の周期格子で行った。初期配置としてランダムに配置したものと等間隔に配置したものを取りプロットした。この結果、 $a \sim 0$ の場合、定常状態に達すると相転移領域が確認された。(FIG.4 を参照) この二つの状態はそれぞれ異なる初期配置から始めることにより実現される。さらに、基本図が不連続になる密度が存在し、この付近では有限の寿命を持つ中間状態が存在し、相転移が二段階に分けて起こることが分かった。(FIG.5 を参照)

このように我々の提案した SOV モデルは実際の交通流で観測される基本図、および相転移の再現に成功した。また SOV の基本図が不連続になる密度での相転移を動的に観測し、長時間の寿命を持つ状態間を飛び移る機構を見出した。

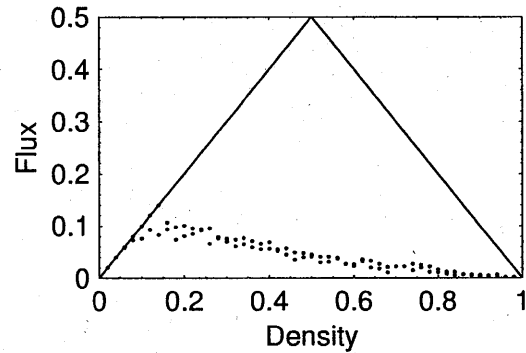


図4 1000 ステップ経過後の基本図。密度が $0.1 \sim 0.15$ で二つの枝に分離し始めている。また、十分に時間が経つと 0.12 付近で密度に対して流量が不連続になる。

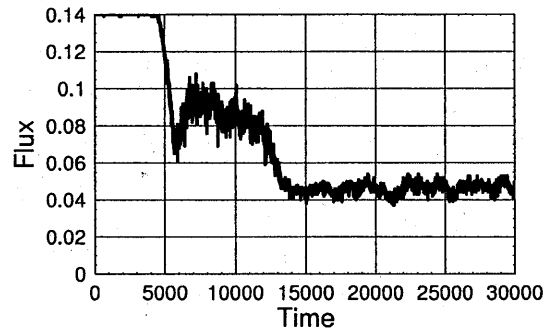


図5 不連続点 (密度 0.12) での流量の時間変化。初期状態 (等間隔) および中間状態は有限の寿命を持ち、二段階の相転移が起こっていることが分かる。