# 論文審査の結果の要旨

氏名永井　保成

論文提出者 永井保成 は, 既約で射影的なシンプレクティック多様体の研究を行い, それが代数的ファイバー空間の構造を持つような場合についての結果を得た. 局所解析的には切断が存在するという仮定の下で, 与えられたファイバー空間の双対ファイバー空間というものを構成し, これにもシンプレクティック多様体の構造が入ることを証明した. 応用として, 同じ仮定のもとに, 底空間が射影空間と同型になることを証明した.

高次元複素多様体の研究において, 標準因子が 0 になるような複素多様体は特別な重要性を持っている. Bogomolov の分解定理によれば, このような多様体の研究は, 複素トーラス, Calabi-Yau 多様体およびシンプレクティック・ケーラー多様体の研究に帰着される. 永井氏はシンプレクティック・ケーラー多様体に惹かれるところがあり, その中でも特に重要であると思われる既約で射影的なシンプレクティック多様体を研究対象に選んだ. このような射影的多様体は, 定義により, 単連結であり, すべての点で非退化であるような正則 2 形式を持ち, しかも, 任意の正則 2 形式がこの基本正則 2 形式の定数倍に限るようなものである.

一般に, 高次元多様体論においては, 代数的ファイバー空間の研究が重要である. このことは, 小平邦彦氏による複素曲面論において, 楕円曲面の理論が占めていた役割を思い出せば納得がいく. ここで, 代数的ファイバー空間というのは, 普通のファイバー空間の概念よりもはるかにゆるいものであり, 一般ファイバーたちは同型ではなく, 退化した特異ファイバーも任意に許すものである.

代数的ファイバー空間の構造を持つような既約で射影的なシンプレクティック多様体については, 松下大介氏による以下のような一般的な結果がある. それによれば, 底空間の次元は全空間の次元の半分であり, しかも任意のファイバーの既約成分に基本正則 2 形式を制限すると 0 になる, すなわち Lagrangian ファイバー空間になっていることがわかっている. さらに, 底空間は高々対数的末端特異点のみを持つような Fano 多様体になっていることもわかっている. Fano 多様体というのは, 反標準因子が豊富になるような多様体であるが, 特異点を持っている場合には, その構

造を知ることは一般的にはかなり困難である.

しかし, 代数的ファイバー空間の構造をもつ既約で射影的なシンプレクティック多様体に対して, 大域的な切断が存在する場合には, 趙-宮岡-Shepherd-Barron の結果により, 底空間が実は射影空間と同型になってしまうということが証明されている. そこで永井氏は, 大域的切断の存在という仮定をはずすことを考えた.

楕円曲面の場合には, それに付随する Jacobian ファイバー空間を考えれば, 大域的切断を持つ楕円曲面が得られる. それを拡張して, 永井氏は, 与えられた代数的ファイバー空間の Picard 空間というものを考えた. しかし, Picard 空間は一般には分離的ではないので, まず, これを分離化した空間を考えた. そして, はじめの代数的ファイバー空間に, 局所解析的には切断が存在すると仮定して, Picard 空間から得られた空間上に正則 2 形式を構成し, 複素シンプレクティック多様体の構造が入ることを証明した.

こうして得られた複素シンプレクティック多様体は, コンパクトには必ずしもならないが, 大域的な切断を持つので, その近傍で部分多様体の変形理論を展開することが可能になる. そこで, 趙-宮岡-Shepherd-Barron の論法を拡張することができて, 結局, 底空間がこの場合にも射影空間と同型であることが証明できた. この結果は, それ自体重要であるが, Picard 空間を使った議論は, いろいろなケースで応用が期待できる.

以上の結果は, 複素シンプレクティック多様体の研究の発展に大きく貢献するものである. よって, 論文提出者 永井保成 は, 博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.