論文審査の結果の要旨

氏名　吉野　太郎

等質空間 G/H に作用する不連続群の研究は，Lie 群論・表現論および幾何学にまたがる大きな研究課題である．とくに，G の離散部分群 Γ の等質空間 G/H への自然な作用が，真性不連続になるための判定基準を与える問題は，極めて重要である．小林俊行氏は，1980 年代後半から，等質空間 G/H を直接扱うというそれまでの手法から飛躍して，Γ も H も G の単なる部分集合として対等に扱う枠組みの中で，不連続性（およびそれを一般化した「固有」という性質）を G の表現論を通してとらえることを提唱した．そして，G が簡約 Lie 群の場合にこの新しい手法を駆使して，大きな成功を収めた．この手法は，1990 年代半ば頃からアメリカおよびフランスにおいて広く認められ，定着した．論文提出者の吉野氏は，この小林俊行氏の理論・手法を簡約とは限らない Lie 群の場合に適用して興味深い結果を得た．結果は大きくつぎの三つのテーマに分けることができる．

1. Cartan 運動群における不連続性の判定条件

2. 局所コンパクト位相群における不連続双対定理

3. 冪零 Lie 群に関する Lipsman 予想の完全な解決

第一の結果は，簡約線形 Lie 群に随伴して，コンパクト群と $\mathbb{R}^n$ の半直積として定義される，Cartan 運動群における不連続性の判定条件を考察することにより，この群に関するコンパクトな空間形の存在についてある十分条件を与えたものである．

第二の結果は，位相群における，Discontinuous Duality Theorem（不連続双対定理）と呼ばれる現象を扱ったものである．小林氏は，一般に位相群の部分集合 L に対し，それと固有な関係にある部分集合全体（「不連続集合」）を考え，それからもとの集合 L がいつ復元できるかという問題を考えた．そして，簡約 Lie 群の場合には，然るべき同値関係の中でいつでも復元できることを証明した．吉野氏は，この小林氏によって簡約 Lie 群の場合に証明された定理が，一般の Lie 群の場合にも成立することを示した．これは，小林氏が「Mathematics Unlimited-2001 and Beyond」の中で未解決問題として提起していた問題を肯定的に解決したものである．

第三の結果は，冪零 Lie 群に関して Lipsman が提出していたある予想を完全に解決したものである．Lie 群およびその表現論では，一般の Lie 群では成り立たない「強い

結果」が，半単純 Lie 群と冪零 Lie 群という両極端では成立することがしばしばある．小林氏は上述のように，G の二つの閉部分群 L, H の固有性という概念を提出したが，さらに，それよりも弱いが判定しやすい条件として (CI)（compact intersection）なる条件をも提起した．そして簡約 Lie 群の場合には，後者から前者が従い，従って両者が同値な条件となることを証明した．1970 年代から冪零 Lie 群の表現論において活躍していた Lipsman は，冪零 Lie 群に対してもこの両条件の同値性が成立するだろうと予想し，それを 3 次元の場合に証明した（1995 年）．吉野氏はこの Lipsman の予想がある次元までは成立し，それを超える各次元では反例が存在することを，構成的に証明し，この問題に完全な決着を与えた．

以上のように論文提出者の研究は，等質空間に作用する不連続群の存在とその性質に関していくつかの新しい知見を与えるものであり，Lie 群論および局所等質空間の幾何学の研究に貢献するものである．

よって，論文提出者　吉野太郎　は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．