# 論文審査の結果の要旨

氏名 山下　剛

$K$ を標数 0 の完備離散付値体で，剰余体 $k$ が標数 $p>0$ の完全体であるものとする．$p$ 進 Hodge 理論は，このような体上の多様体に対し，その $p$ 進エタール・コホモロジーと de Rham コホモロジーあるいはその還元のクリスタリン・コホモロジーとの関係を与えるものであり，複素数体上の多様体に対する Hodge 理論の類似と考えられるものである．コンパクトな多様体については，この関係を与える比較同型は辻によって定義されていた．本論文では，これの拡張としてし，開多様体に対する比較同型が構成された．数論的な応用上からも，開多様体に対する $p$ 進 Hodge 理論の基本定理は重要な結果である．

$X$ を $O_K$ 上の準安定固有スキームとし，$D$ を $X$ 上の正規交叉因子で，$O_K$ 上平坦なものとする．さらに閉ファイバー $X_k$ との和 $D+X_k$ も $X$ 上の正規交叉因子であるとする．$B_{\mathrm{st}}$ で，Fontaine が定義した $p$ 進周期の環を表わす．

**定理 1** 標準同型 $B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{et}}(X_{\bar{K}}-D_{\bar{K}},\mathbb{Q}_p)\to B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{cris}}(X_k/W(k),\mathcal{O})$ および，$B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{et}\ c}(X_{\bar{K}}-D_{\bar{K}},\mathbb{Q}_p)\to B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{cris}}(X_k/W(k),K\mathcal{O})$ がある．

論文では，より一般に，開多様体のコホモロジーとして，0 延長と高次順像とが混ざった中間的なものに対しても，比較同型が示されている．これは，開多様体上の代数的対応への応用が期待できるものである．定理の証明は，基本的には辻によるコンパクトな場合の証明に沿ったものであるが，証明の新しい重要な要素として，次のものがある．それは，無限遠での対数構造として，$X$ の対数構造のひきもどしとして得られる，通常はとりあつかわないような対数構造である．

証明の概略は次のとおりである．辻の証明と同様に，サントミック・コホモロジーからの標準射 $H^q_{\mathrm{syn}}\to H^q_{\mathrm{et}}$ および $B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{syn}}\to B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{cris}}$ を定義する．そして，辻の結果を用いて，射 $H^q_{\mathrm{syn}}\to H^q_{\mathrm{et}}$ が同型なことを示し，標準射 $B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{et}}\to B_{\mathrm{st}}\otimes H^q_{\mathrm{cris}}$ を定義する．この標準射が，カップ積と両立することを示すために，上記のような対数構造を使う．まず，上記のような対数構造を用いて，もう一つの比較写像を定義する．これは，定義より，カップ積と両立することが容易に従う．さらにこの新しい比較写像が，既に定義されているものと一致することを示す．こうして，比較写像とカップ積の両立性が証明される．あとは，標準的な議論により，このカップ積との両立性と Poincaré 双対性より，標準射が同型であることがしたがう．

以上のように，本論文では，$p$ 進 Hodge 理論の基本定理である比較同型が，開多様体に対しても証明されている．よって論文提出者 山下 剛 は博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．