論文内容の要旨

論文題目　Analyses and Applications of Collective Behaviors in Coupled Chaotic Maps

(結合カオス写像系における集団現象の解析と応用)

氏名　　田中　剛平

１．はじめに

同等な機能を持つ複数の要素が相互作用することによって，集団として動的な機能を創発する例が生体系，物理系，工学系などには数多くみられる．これらのネットワークは，しばしば非線形力学系の結合系によってモデル化される．結合系のダイナミクスは，主に個々の要素のダイナミクス，結合様式，ネットワーク構造，外力などに依存する．特に個々の要素がカオスダイナミクスを内在する場合，そのネットワークは複雑な集団現象を示すことが多い．モデル解析を通じて複雑集団現象の安定性や相転移の機構を数理科学の手法を用いて理解することは，個別事例の理解だけでなく，新しい力学現象の発見や非線形科学の一般論構築にとって重要である．また，非線形性を持つ演算素子を組み合わせたネットワークは，人工ニューラルネットワークのように，新しい計算原理に基づく情報処理に応用できる可能性を持っている．

本論文では，３種類の結合カオス写像系に関する研究結果をまとめる．１つ目の研究では，結合カオス写像系に普遍的に見られる集団現象の一つであるカオス的遍歴現象(Kaneko&Tsuda, 2003)の数学的理解を目指し，間欠遷移現象の解析を行う．２つ目の研究では，生体細胞集団におけるバースト発火活動の同期現象に注目し，バースト写像結合系における時空間パターンの形成機構と安定性を調べる．３つ目の研究では，結合カオス写像系を利用した２値連想記憶モデル(Lee&Farhat, 2001)を多値連想記憶モデルに拡張する．

２．結合カオス写像系におけるクライシス誘導型間欠性

カオスニューラルネットワークにおいて，複数の記憶パターンを次々と動的に想起する現象が知られている(Adachi&Aihara，1997)．この遍歴的想起ダイナミクスは，共存する複数のカオスアトラクタの崩壊直後に，解軌道が元のアトラクタ領域間を遷移する振る舞いに対応する．近年，この遷移現象の発生機構が大域的分岐現象の立場から研究された(Yoshinaga&Kawakami，2001)．これに類似した間欠現象は，結合カオス写像系において普遍的に見られる．そこで，最も簡単な場合として，２結合ロジスティック写像に見られるクライシス誘導型の間欠的遷移現象を解析した．２次元写像系を用いる利点は，幾何学的性質が理解しやすいこととベイスン構造変化を観察できることである．

対称結合の場合，間欠的遷移現象は，対角線外に共存する互いに対称な２つのカオスアトラクタのクライシス直後に観察される(図１(a))．一般にクライシスはアトラクタとベイスン境界の接触によって起きるので，クライシスに至るシナリオは，パラメータ変化にともなうアトラクタおよびベイスン構造の変化によって理解することができる(Mira *et al.*，1996)．クライシスが起きるまでの主要な変化は次のようにまとめられる．

(1) ベイスン境界のフラクタル化(図１(b))

(2) ベイスン境界と臨界曲線Ｌの接触による，単連結近接ベイスンから多連結近接ベイスンへの変化

(3) アトラクタと多連結近接ベイスン境界の接触によるクライシス

フラクタルベイスン境界発生後のパラメータ変化にともなうベイスン構造の変化は，ベイスン境界のフラクタル次元の変化で定量的に特徴づけることができる(図１(c))．また，間欠的遷移状態の開始は，スナップバックリペラーの発生によるものであると考えられる(図１(a))．クライシス直後は，軌道は過渡カオスによって元のアトラクタ領域に長時間滞在する．その平均滞在時間は分岐パラメータに対してスケーリング則を持つことが分かった．また，わずかに対称性が崩れた非対称結合系を調べた結果，ベイスン分岐のシナリオは変化するものの，間欠的遷移現象はロバストに見られることが分かった．

より高次元の結合カオス写像系では，共存する複数のアトラクタのベイスンを分離するフラクタル境界が存在し，これとアトラクタとの接触はカオス的遍歴現象を誘導すると考えられる．

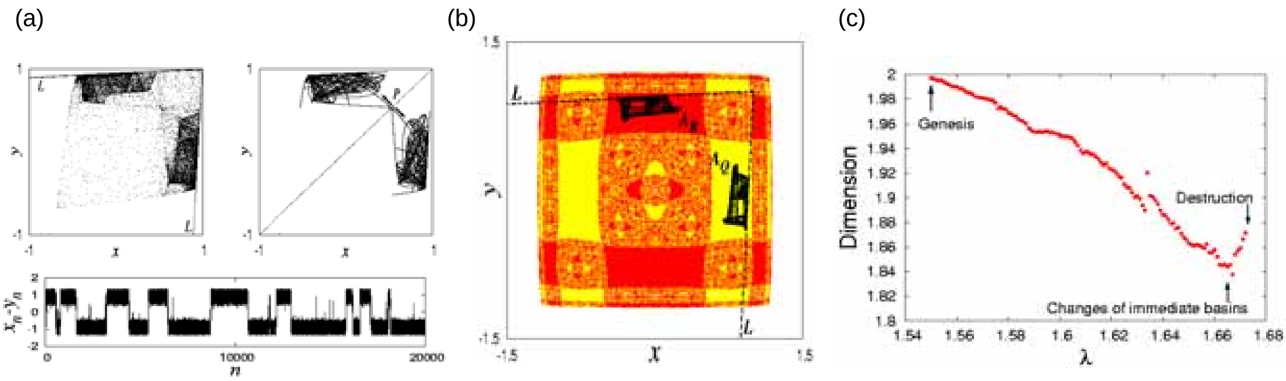

図１：(a) 間欠的遷移現象の相図（左上）と時系列（下），および対角線上の不安定固定点Ｐの不安定多様体（右上） (b) ２つのアトラクタのベイスンを分離するフラクタルベイスン境界と臨界曲線Ｌ (c) パラメータ変化に対するベイスン境界の次元変化

３．結合バースト写像系における時空間ダイナミクス

生体細胞の集団における情報伝達機構は，神経科学において主要な問題の一つである．近年，細胞の発火活動の同期が生物の情報処理に重要な役割を果たしているのではないかと言われている．神経細胞の中には連続的なスパイク発火からなるバースト発火という特徴的な発火パターンを示すものがあるが，これらの集団におけるバーストの同期は，単一スパイクの同期と比べて信頼性の高い情報伝達を行っている可能性がある．そのため，バースト細胞の集団における同期機構を理解することは重要である．

バースト細胞の結合系において，結合係数を連続的に変化させると同位相的なバースト同期が逆位相的なバースト同期に遷移することが数多くの実験(Elson *et al.*, 1998)およびモデル研究(Rulkov, 2002)で報告されている．この現象の本質的な機構を理解するため，バースト細胞モデルの環状結合系を解析した．ここで，個々のバースト細胞モデルとして，２次元写像モデル(Rulkov, 2001)を用いた．また，細胞間の相互作用として，電気的結合と抑制性シナプス結合を考慮した．

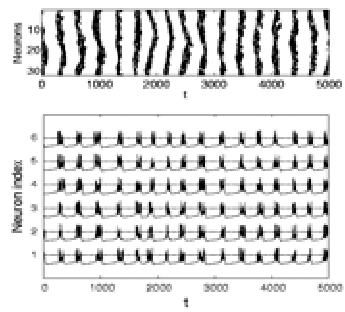

図２： 同位相的バースト同期

同位相的なバースト同期パターン(図２)では，バースト内スパイクは非同期だが，バーストしていない状態での膜電位変化はほぼ一様である．この一様状態は，解軌道が不変部分空間（２次元平面）の付近を動くことに相当する．そこで，不変部分空間の横断安定性を解析的に調べた．その結果，結合係数を連続的に変化させると，臨界点で不変部分空間の局所的な横断安定性が大きく変化することが分かった．この臨界点で同位相的バースト同期から逆位相的バースト同期（図３）への遷移が起こる．

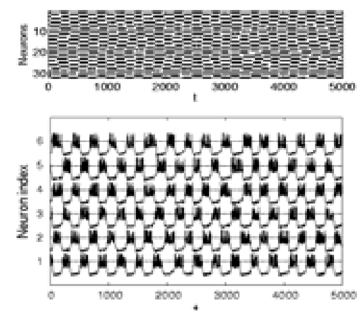

図３：逆位相的バースト同期

細胞集団が，結合されていないときはバースト発火を示さないが，結合するとバースト発火を示すとき，これを結合によるバーストの創発(deVries, 2001)という．結合係数の関係によってはバーストが創発するが，そのようなパラメータ領域の大きさは，細胞間結合の強度と結合した細胞数に依存することを明らかにした．

バーストが創発するパラメータ領域内で，同位相的なバースト同期が間欠的なバーストの伝播によって乱される遍歴的パターンを観測した(図４)．このパターンは，最大リアプノフ指数の収束が遅いなどのカオス的遍歴現象の典型的な性質を持つことが分かった．このように，時間スケールの異なる部分システムを内包するシステムの結合系では，複数のアトラクタ痕跡(Kaneko&Tsuda, 2003)が潜在的に存在するので，slow-fast ダイナミクスはカオス的遍歴現象を誘導する有力な機構の一つだと考えられる．

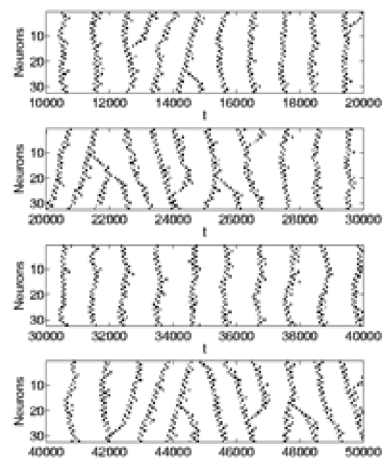

図４：バーストの同期的なリズムが間欠的な伝播によって乱されるパターン

４．結合サークル写像系による多値連想記憶モデル

カオスダイナミクスを内在する離散時間系の人工ニューラルネットワークは，結合カオス写像系と見なせる．近年，個々のニューロンの振る舞いが分岐現象によって切り替わることにより，自律的なネットワークダイナミクスを実現する連想記憶モデルが提案された(Lee&Farhat，2001)．一方，個々のニューロンが多状態をとる多値ニューラルネットワークにカオスを応用した例は少ない．そこで本研究では，Lee らの提案した２種類の２値ネットワークの拡張として，同様のダイナミクスを有する２種類の多値ネットワーク(PCCMN-1，PCCMN-2)を提案する．

PCCMN-1 の演算ユニットとして，K 個のカオスアトラクタが融合分岐(図５(a)上)を起こすサークル写像を設計した．解軌道は，分岐前は局所的な領域に制限されるが，分岐後は定義域全体をカオス的に動く(図５(a)下)．いま，K 個の区間をそれぞれ離散値に対応させると，軌道に対応する離散値は，分岐前は変化しないが分岐後は変化しうる．このサークル写像 N 個を，部分エラー関数を介して結合する．各ユニットは，部分エラー関数の大小に応じてダイナミクスを自律的に切り替える．部分エラー関数の総和はエネルギー関数に等しいので，すべてのユニットが分岐前の状態をとるときエネルギー関数値は最小化され，同時にネットワークは収束する．ゆえに，PCCMN-1 の連想記憶ダイナミクス(図５(b))は自律的シミュレーテッドアニーリングだといえる．

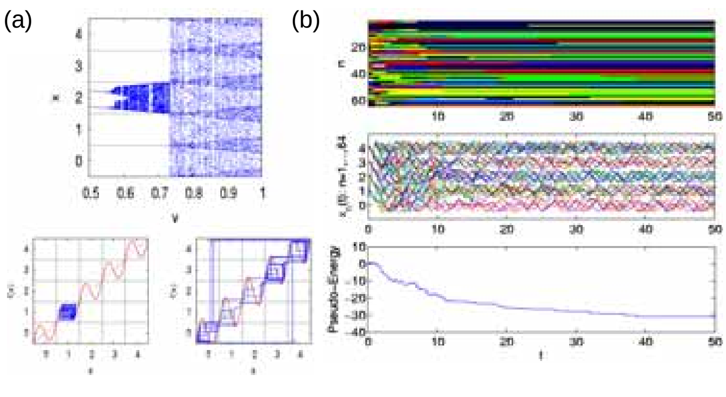

図５：(a) サークル写像(K=5)の分岐図（上）と分岐前後の力学（下）；(b) PCCMN-1(N=64, K=5)を用いた記憶パターンの連想過程（上から離散値，状態変数、エネルギー関数値の時間発展）

PCCMN-2 の演算ユニットとして，階段状の分岐図(図６(a)上)を起こすサークル写像を設計した．解軌道は，分岐パラメータの変化に伴い周期状態とカオス状態(図６(a)下)を交互に示す．この階段状の分岐図は多状態の閾値関数としての役割を果たすと期待できる．そこで，このサークル写像 N 個を，重みつき入力和を通じて結合する．この結合様式はリアプノフ関数型のエネルギー関数を持つ複素ニューラルネットワーク(Jankowski *et al.*，1996)で用いられたものと同じである．カオスダイナミクスを導入したことで，PCCMN-2 は記憶パターンの連想過程におけるエネルギー関数値の増加を許す(図６(b))．これは偽の記憶パターンからの脱出を可能にする効果をもつと考えられる．

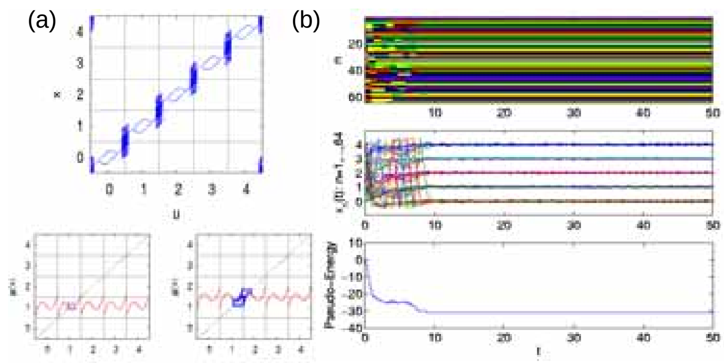

図６：(a) サークル写像(K=5)の分岐図（上）と分岐前後の力学（下）；(b) PCCMN-2(N=64, K=5)を用いた記憶パターンの連想過程（上から離散値、状態変数、エネルギー関数値の時間発展）

数値実験により，提案した２つの連想記憶モデルは，あるパラメータ範囲で，従来の複素ニューラルネットワークに比べて偽の記憶パターンを想起する確率が低いことが分かった．