

論文審査の結果の要旨

氏名 福田 幸二

ロジスティック写像の場合によく知られているように、非線形な方程式に支配される系の振舞いはしばしば決定論的カオスとなる。このような複雑な挙動を示す拡大的な非線形力学系の解析手法の1つに、「記号力学」がある。系の状態空間を「生成分割」と呼ばれる領域に分割し、各領域に記号を割り当てることで、元の力学系を位相共役な記号力学系に変換し、その上で種々の解析を行う手法である。記号力学は、力学系の位相的な特徴を解析する非常に有効な方法として、数多くの理論的な研究がなされている。

一方で、実験・観測等で得られた時系列を解析するのに、しばしば恣意的に与えた閾値で状態空間を区切っていくつかの離散状態に変換することがある。この方法は coarse-grained-description と呼ばれ、生体系、物理系、工学系を問わず多くの分野で行われている。しかし、恣意的に与えた分割のもとでは、対応する記号力学系は元の力学系と位相共役にならず、一般的な記号力学の理論をそのまま当てはめることはできない。本論文の主要な目的は、生成分割ではない恣意的に与えた閾値で状態空間を分割したときに、対応する記号力学系が元の力学系とどのような関係にあるかを理論的に明らかにすることである。これによって、coarse-grained-description の手法の有効性に理論的な裏づけが与えられ、同時にその限界が明らかとなる。

本論文は、"An Analysis on Expanding Nonlinear Dynamical Systems by Symbolic Dynamics"（和文題目 記号力学を用いた拡大的な非線形力学系の解析）と題し、全5章より成る。

第1章では、非線形現象の理論的な解析手法としての記号力学に関する従来の研究を概説すると同時に、記号力学と coarse-grained-description との関連を説明している。また、本論文の構成を示し各章の位置付けを明確にしている。

第2章では、全射なテント写像について、非生成的な分割による記号力学系と元の力学系の関係をとくに位相エントロピーの観点から解析し、分割の閾値の変化に伴う位相エントロピーの変化が、非単調な「悪魔の階段」の構造を持つことを記号力学の手法を使って証明している。この結果は、分割の閾値とそのもとでの記号力学系が、従来考えられていたよりもずっと複雑かつ密接に関係していることを示している。

第3章では、カオスニューロンモデルについて、出力の閾値の変化がニューロン特性にどのような影響を与えるかを理論的に解析している。特に、閾値が内部状態を駆動する双峰写像の周期の短い周期点近辺にある時、ニューロンの位相エントロピーが著しく低下するという結果は興味深い。従来、研究者によって恣意的に決められていた出力の閾値の設定に、一定の指針を与えることになる。

第4章では、与えられた連続時間時系列データから、現象を支配する連続時間力学系の Local Cross Sections を推定するアルゴリズムを提案している。

これによって、時系列を coarse-grained-description によって解析する際に問題となる閾値を、理論的な裏づけのもとで決定することが可能となる。

第5章では、ISI (Interspike Intervals) 時系列に関して、ISI 位相エントロピーについて種々の定理を証明するとともに、閾値や ISI 再構成などの観点からその諸特性を解析している。さらに、単峰写像の懸垂の場合について、coarse-grained-description における閾値が第4章で示された理想的な位置からずれている場合に、対応する記号力学系と元の力学系の関係を解析して、分割の閾値が単峰写像の極値を超えない限り、分割に伴う記号力学系が元の力学系のエントロピーを保存するという定理を示した。

以上のように、本論文は記号力学系および coarse-grained-description の手法の理論及び応用に関して大きな成果を上げ、複雑理工学上貢献するところが多い。なお、本論文は全編にわたって合原一幸との共同研究であるが、論文提出者が主体となって問題を提起しその結果の導出を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（科学）の学位を授与できると認める。