

論文の内容の要旨

論文題目 “Asymptotic properties of estimators and information criteria for random fields”

(確率場に対する推定量および情報量規準の漸近的性質)

本論文では、確率場に対する推定量や情報量規準が持つ漸近的性質を調べた。主に扱われる確率過程は、ユークリッド空間内の有界領域を径数空間として持つような実数値確率過程である。通常の確率過程の漸近理論では、径数空間が無限に近づくときの漸近的性質を扱い、エルゴード性やミキシング性が本質的な役割を果たす。一方で、特に地球統計学からの要請により、径数空間が有界に固定されたまま、観測される点が密になる漸近理論を扱う必要が生じている。このような枠組みでの漸近理論は固定領域漸近理論 (fixed domain asymptotics) と呼ばれ、一部の研究者により研究が進められている。本論文ではこの固定領域漸近理論に関連して、主として3つの結果を与えた。1つ目は、ガウス過程の標本経路が持つフラクタル次元の推定問題に対する結果であり、2つ目は、変換ガウスモデルの局所漸近混合正規性に関する結果、3つ目は、局所漸近混合正規モデルに対する情報量規準に関する結果である。本論文は全8章からなり、上で言及した3つの主要結果はそれぞれ5章から7章に対応する。また、1章と8章はそれぞれ概要と総括である。2章から4章は既存の結果をまとめたものであり、後の章のための準備の役割を果たす。以下、より具体的に各章の説明をする。

2章では、ガウス過程の標本経路が持つフラクタル次元を推定する問題が定式化され、固定領域漸近理論の下での既存の結果が紹介される。これまで提案されてきた手法は概ね、何らかの形で最小二乗法に基づいている。Kent & Wood と Istas & Lang は独立に、一般化経験バリオグラムに基づく推定量を提案した。この推定量は既存の手法の中では最も有効であると考えられる。5章において、この推定量を優越する推定量の存在が示される。

3章では、漸近決定理論の枠組みが簡単にまとめられる。特に、統計的モデルの列に対する隣接性、局所漸近正規性、局所漸近混合正規性が定義され、推定量に関する漸近重畳定理、漸近ミニマックス定理が述べられる。また、予測問題のための漸近ミニマックス定理が新たに与えられる。

4章では、既存の情報量規準がいくつか紹介される。特に、決定論的な扱いを明確にするため、情報量規準のリスクおよびリグレットが導入される。また、3章からの類推として、漸近ミニマックス定理が示される。

5章では、2章で述べられたフラクタル次元の推定問題において、M. L. Stein により提案された推定量の漸近的性質が示される。この推定量は、「密な格子の上で観測される確率過程は、漸近的には離散径数定常確率過程と同一視できる」という事実を下に構成されている。この推定量の性質はこれまで数値的にしか知られていなかったが、本研究によりその漸近的性質が明らかにされた。具体的には、十分緩い正則条件の下で一致性が成り立つことが示され、少し正則条件を強めれば漸近正規性が成り立つことも示された。特に、漸近分散が既存の推定量より小さいことも確認される。

6章では、変換ガウスモデル (transformed Gaussian model) という統計モデルの局所漸近混合正規性が証明される。まず、変換ガウス過程とは、あるガウス過程の値を適当な未知関数で変換して得られる確率過程のことを意味し、変換ガウスモデルとは変換ガウス過程のパラメトリックな集合のことである。径数空間が1の場合は、より一般に拡散過程に対して同様な結

果が既に得られていた。多次元径数に対する結果は本研究が最初である。

7章では、局所漸近混合正規性を持つ統計モデルに対する情報量規準 Bayes-LAMN-IC が提案される。Bayes-LAMN-IC はベイズ予測に基づいて構成されている。これは、ベイズ予測がある意味で他の予測分布を優越する、という事実に基づいている。数値実験により、Bayes-LAMN-IC は既存の規準に比べ良い性能を持っていることが確認された。