

論文の内容の要旨

論文題目 多元情報源符号化における信頼性関数の解析

氏名 下川 英 敏

複数の情報源からの出力系列には多くの場合相関があり、その相関を利用することによって、個々の情報源を独立に符号化・復号化する場合よりも、より効率的な圧縮が可能であることが知られている。このような多元情報源の符号化において、基本的なモデルとなるのが Slepian-Wolf システムである。このモデルは、2組の情報源と符号器、および1つの復号器からなる。符号器はそれぞれ1つの情報源の出力のみを観測し独立に符号化するにも関わらず、相関を有する情報源に対しては、単一の情報源符号化における符号化レートの限界である各情報源のエントロピーよりも低い、条件付エントロピー等で特徴付けられる圧縮限界が達成できることが知られている。

一般に多元情報源符号化においては、復号誤りを完全になくすことは困難であるために、固定長ブロック符号化を考え、符号化レートと復号誤り確率の関係を議論する。ブロック長が無限大の極限で誤り確率が0に収束するような符号化・復号化が存在する符号化レートの領域は Slepian-Wolf 領域とよばれており、定常無記憶情報源をはじめ、定常エルゴード情報源、一般情報源などのさまざまな情報源のクラスについて研究されており、領域も決定されている。一方、ある符号化レートのもとで誤り確率が0に近づく指数関数的な速さを表わす信頼性関数については、一部のレート領域に関しては決定されているものの、定常無記憶情報源においても未解決である重要な問題である。また既存の研究においては、相関を有する情報源が定常無記憶情報源であると仮定して、信頼性関数を議論したものが主であった。

本論文では、定常無記憶情報源や定常エルゴード情報源を含み、さらに非定常情報源などを含む、相関を有する一般情報源に関して多元情報源符号化の信頼性関数を議論する。本論文の大きな目的は2つあり、一つは信頼性関数の下界として知られているランダム符号化限界を、Slepian-Wolf システムの特別な場合である、補助情報がある場合の情報源符号化について改善することである。もう一つはシャノンエントロピーの一般化として知られているレニーエントロピーを拡張した、条件付きレニーエントロピーを導入し、これと信頼性関数の下界あるいは上界との関連を議論することである。この条件付きレニーエントロピーは条件付きエントロピーの一般化ともとらえることができる。

下界の改善に関しては、グラフの分解に関する補題を拡張し、これを利用することによって、復号誤り確率の上界を導出し、信頼性関数の下界を定める。同じ符号語に符号化される情報源の出力系列を2つ考えるときに、互いに誤って復号されてしまう確率は、補助情報を含めた確率分布のある種の「近さ」と深い関係がある。システム全体の復号誤りは、これらの確率の総和として評価することができる。本論文では、拡張された補題を用いて、これら誤り確率に寄与する系列の組を均等に符号語に割り当てることによって、全体としてより小さな誤り確率を達成するような符号化が存在することを示す。これは、定常無記憶情報源に対する従来手法を、適用方法は異なるが、一般情報源に対しても適用可能であることを示している。また、実際に下界が改善されていることを確認するために、定常無記憶情報源に関してランダム符号化限界との比較を行った。

定常無記憶情報源に関する単一情報源符号化においては、レニーエントロピーと信頼性関数との間に双対関係があることが知られている。これは、レニーエントロピーが信頼性関数の β -カットオフレートと呼ばれるものに相当することを意味する。本論文では、相関を有する無記憶情報源に関する信頼性関数の上界と下界を表わす指数と、条件付きレニーエントロピーとの間にも双対関係があることを示す。特に上界と下界が一致している低レート領域においては、これは信頼性関数との双対関係を意味する。一般情報源に関しては、1文字あたりの条件付きレニーエントロピーの極限が、ランダム符号化限界の指数の β -カットオフレートになっている。また、情報源を特徴づけるエントロピースペクトル上限や下限などと、レニーエントロピーの極限との関係を議論する。エントロピースペクトル上限は、漸近的に復号誤り確率が0になる符号化レートの限界に対応していることが知られているが、レニーエントロピーの極限は、誤り確率が指数的に減少するレートの限界と深い関係がある。