

## 審査の結果の要旨

氏名 下野 寿之

量子通信や量子計算は、古典通信や古典計算のもつさまざまな限界を超えうる通信・計算原理として注目されている。これらの量子情報処理が広く実用になるにはまだ解決しなければならない課題が多く残っているが、本論文では量子情報処理が古典情報処理と異なる本質的なポイントである「量子もつれ」を取り上げ、その「定量化」を中心に研究を展開している。

量子もつれは量子情報処理の基本要素であり、古典計算・古典通信を超える量子計算や量子通信の手法は量子もつれを不可欠な要素として含む。量子状態がどれほどもつれているかは、量子特有の情報処理がどれだけ可能かに直結する。この定量化は、純粋状態と呼ばれる系では完成している。しかしながら、混合状態における量子もつれを定量化することは自明でも容易でもない。従来の提案の主なものとして、entanglement cost  $E_C$  と entanglement distillation  $E_D$  がある。これらの指標はBell状態と量子状態とを局所操作と古典通信 (LOCC) により変換することで関連付けるものとなっている。本論文ではこれらの指標と、それに関連するEntanglement of formation  $E_F$ 、量子通信路のHolevo容量に関して、解析的・数値的に取り組んでいる。

これらの指標の問題点の一つに、解析的にも数値的にも計算が非常に困難である点が挙げられる。これが量子もつれの定量化の研究において一つの重大なハードルとなっている。この問題点の緩和策として、本論文の3章では3準位系2体の系の反対称状態に着目し、その $E_C$ の下限値を導出している（その後この系の $E_C$ が計算された）。

量子もつれの程度を示す2つの指標  $E_C$ と $E_D$ は一般には異なる。しかし、解析的にも数値的にも計算することが困難であるため、その違いを明らかにすることは自明でない課題である。本論文の5章ではユニタル量子ビット通信路から導かれる量子状態について、Holevo容量から $E_C$ を計算し、 $E_D$ の上限値と比較することにより、両者が異なる新たな例を挙げた。これはまた局所操作と古典通信 (LOCC) による量子操作における不可逆性をも示す結果でもある。（それ以前に2例知られており、3例目となる）

純粋状態の量子もつれの定量指標である縮約フォンノイマンエントロピーは加法性という性質を満たす。一方、 $E_D$ は加法性を満たさない例が知られているが、 $E_C$ が加法性を満たすかどうかは現在でも未解決問題である。これに関して Matsumoto-Shimono-Winter（申請者を含む）などにより次の4つの命題が同値であること（MSW対応）が示された。

- (1)  $E_C$  と $E_F$  の同値性
- (2)  $E_F$  の加法性
- (3)  $E_F$  の超加法性
- (4) Holevo 容量の加法性

本論文ではこれを鍵にして、さらに $E_C$ の加法性の問題に切り込んでゆく。

まず、本論文の4章では3章で導入した3準位系2体の系の反対称状態において $E_C$ の加法性を証明している。すなわち、MSW対応の4つの命題がこの範囲では成立していることを証明した。

次に上記MSW対応の(3)に関して、本論文の6章において $E_F$ が超加法性を満たさない例を数値的に探索することを行っている。量子系をランダムに生成した場合も、超加

法性を満たしにくい方向に系を変化させた場合も、いずれも超加法性を満たさない例を発見することはできなかった。

さらに MSW 対応の (4) に関して、本論文の 7 章において Holevo 容量の加法性に関して検討している。そのためにまず解析的に計算することの困難な Holevo 容量の近似計算法を提案した。これによって、任意の量子ビット通信路のホレボ容量とその容量を達成する入力信号が求まるようになった。さらにこの計算法を用いて 4 信号を最適とする量子通信路を世界で始めて発見している。この通信路に関して Holevo 容量の加法性の成否を分析し、加法性が常に満たされていることを確認した。これらの結果は量子通信路の研究においても極めて重要な成果であり、その後上記の近似計算法の改良の提案も行われている。

これらの結果をまとめると、MSW 対応の同値な 4 つの命題の成否を決するには至らなかったが、その成立を強く示唆する複数の結果が得られたと考えることができる。すなわち、以上の成果は、世界中で多くの研究者が苦しみながら取り組んでいる量子もつれの定量化および量子通信路の容量の根本問題に対して、今後の研究の方向性を示唆し、解決への足がかりを与える極めて重要な成果である。実際にこれらの成果を発展させた研究が現れ始めており、それは本論文の研究成果のインパクトを暗示するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。