論文の内容の要旨
Pure Spinor Formalism for Superstring
(超弦理論のピュアスピノル形式)

相阪 有理

本博士論文では、近年 Berkovits により提唱された超弦理論の新しい定式化である、ピュアスピノル (PS) 形式について論ずる。この定式化を用いると時空の超ポアンカレ対称性が明白な形で超弦理論のスペクトルや散乱振幅を計算することができる。そのため、Ramond-Ramond 場中で超弦理論を定式化したり、高次のループ計算を行って摂動的超弦理論の有限性を検証したりするための手段として非常に有望視されている。

PS 形式は、全中心電荷がゼロであるような共形場理論として定義される。世界面上の場は、弦の位置を表す自己共役ボソン x^μ とその時空の超対称パートナーである共役ペア $(p_\alpha, \theta^\alpha)$、及び "ピュアスピノル・セクター" のペア $(\omega_\alpha, \lambda^\alpha)$ からなり、それらの間の演算子積展開 (OPE) は自由場の形を取る。ピュアスピノル場は PS 条件と呼ばれる非線型の関係式 $\lambda^\alpha\gamma^\mu_{\alpha\beta}\lambda^\beta = 0$ を満たし、理論のスペクトルを定義する BRST 演算子は、

$$Q_{\rm PS} = \int \frac{\mathrm{d}\,z}{2\pi i}\lambda^\alpha d_\alpha,$$

という形に書かれる。ここに d_α は Green-Schwarz(GS) 形式の古典作用が持つ位相空間の拘束の形をしている。PS 条件のため $Q_{\rm PS}$ は冪零となるが、そのコホモロジーは超弦理論の摂動的スペクトルを完全に再現する。弦の第一励起状態 (ゼロ質量) の頂点演算子 U は簡単に構成でき、その運動方程式は $Q_{\rm PS}U = 0$ という条件から出てくる。

λ^α は非線型の関係式に従うため真に自由場であるのはその独立成分のみであるが、その共役運動量 ω_α が PS 条件と無矛盾であるような「ゲージ不変」な形でのみ現れるならば、λ^α をどのようにパラメトライズしても計算結果は変わらない。PS 条件と無矛盾であるような ω_α の現れ方としては

$$\begin{aligned}
&\text{エネルギー運動量テンソル:}\quad T_{(\omega,\lambda)} = -\omega_\alpha\partial\lambda^\alpha,\\
&\text{ローレンツ・カレント:}\quad N^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\omega\gamma^{\mu\nu}\lambda,\\
&\text{ゴースト数カレント:}\quad J = -\omega_\alpha\lambda^\alpha,
\end{aligned}$$

等がある。λ^α の独立な成分を適当に定めこれらの演算子の間の OPE を計算すると結果は共変的な形にまとまることが分かる。従って、ω_α が上記の組み合わせ以外の形で現れない限り OPE 等の計算は共変的に行うことができる。散乱振幅等が全てこれらの量だけを用いて計算できる必然性はないが、Berkovits はこれらの量のみを用いて PS セクタの経路積分測度をローレンツ共変な形に構成することに成功した。散乱振幅を計算するためには、PS セクタの場のゼロ・モードを吸収するための演算子を経路積分に挿入する必要があるが、これらも上記の「ゲージ不変」な演算子のみから構成されている。そのためスペクトルや散乱振幅の計算は共変的に行うことができ、この意味で PS 形式は超弦理論を共変的に量子化する方法と呼べる。

このように PS 形式は非常に魅力的な定式化であるが、上に述べた規則は全て発見法的に構成されたものであり基本的な原理から導出されたものではなかった。PS 形式において中心的役割を果たす BRST 演算子さえも、それがどのような BRST 対称性に基づいて構成されたものか理解されていなかった。この問題を解決するためには PS 形式の背後にある古典作用を発見しなくてはならないが、PS 条件のような非線型関係式が通常の量子化手続きの中で自然に現れてくるとは考えにくい。そこで私は風間洋一氏と共同で、PS 形式との等価性を保ちつつ PS 条件を除去した拡張形式 (EPS 形式) を構成した。この形式では PS 条件を除去する際に増える自由度を打ち消すのに必要最小限である 5 組のゴースト・ペアを導入して理論を構成する。EPS 形式が元の PS 形式と等価であることは "homological perturbation 理論" と呼ばれる数学理論によって保証されており、EPS 形式の頂点作用素もこの理論を使って系統的に構成することができる。

このように拘束を除去した「広い空間」で理論を定義したメリットをまとめておく。まず、PS 形式の「狭い空間」では構成されていなかった「座標変換 b ゴースト」を簡単な複合場として具体的に構成することができた。さらに、Ramond-Neveu-Schwarz(RNS) 形式、GS 形式といった慣習的な定式化と、EPS 形式の間の演算子対応を見ることが可能になった。我々は RNS 形式と GS 形式それぞれの BRST 演算子を EPS 形式の BRST 演算子と繋ぐような相似変換を具体的に構成し、これらの定式化の等価性を証明した。さらに、これらの研究で得られた知見は次に述べる PS 形式の古典的作用を構成する際に非常に有効であった。(実際、我々が発見した PS 形式の古典作用を量子化すると、このような「広い」空間上で定義されたものが得られる。)

さらに続く研究で、我々は PS 形式の背後にある古典作用を構成することに成功した。その作用は良く知られた GS 作用のスピノル場の自由度を倍に増やし、同時にその自由度を打ち消すような「隠れた局所対称性」を導入して得られる。この新しい局所対称性を用いて増えたスピノル場をゼロにゲージ固定すると我々の作用は GS 作用そのものとなる。従って GS 形式との等価性は明白である。一方、この局所対称性を保ったまま量子化することもでき、そうするとこの局所対称性から PS 形式の BRST 対称性が導出される。作用を自然に量子化して得られる理論は PS 条件が課されていない「広い空間」で定義されているが、この理論と PS 形式の等価性は、先に EPS 形式と PS 形式の等価性を論じた時と同じ論理で示すことができる。