論文内容の要旨

論文題目　Econophysics on Interactions of Markets

（市場間相互作用の経済物理学）

氏名　　饗場　行洋

本研究では，外国為替レート間の相互作用を，三角裁定という観点から解析，モデル化することによって，異なる市場間の相関を大まかに理解することに成功した．学位論文では，研究の背景を述べ，三角裁定とはなにかを説明し，三角裁定のマクロモデル，三角裁定のミクロモデルを順次導入する．それにより，外国為替市場における市場間相互作用の理解と定式化に大きく貢献した．

研究の背景

経済物理学とは，物理学で培われた研究手法を，経済現象および金融現象に応用する学問である．経済物理学（Econophysics）という名称ができたのは１９９７年のことであり，非常に若い分野であると言える．実は，自然科学で得られた知見を経済・金融現象に応用しようという試みは古くから行われてきた．例えば，経済学において，需要と供給が一致する点で価格が安定するという主張は，古典力学におけるバネの運動からの類推である．また，金融工学の根幹をなしているブラック・ショールズ理論は，ブラウン運動の理論の応用に他ならない．では，経済物理学の特色とは何か．それは，近年の自然科学の成果である相転移，自己組織化臨界現象，フラクタルやカオスといった新しい概念を用いて，経済・金融現象を研究するところにある．これらの新たな概念を通して経済・金融現象を眺めることにより，多くの発見がなされ，経済物理学の研究は世界中で盛んに行われている．そのような中で，我々は特に外国為替市場に注目して研究を行っている．我々の目的は，外国為替レート間の相互作用の存在を定量的に実証し，その相互作用のメカニズムを直感的に理解することにある．

三角裁定取引とは

三角裁定取引とは以下のような三つの外国為替レートを利用して，利益を上げる取引である．いま，１円をドルに両替して，そのドルをユーロに両替して，そのユーロを円に両替したとする．このとき手許にある円をμ円とすると，このμは以下のように計算できる．

$$\mu \equiv \prod_{x=1}^{3} r_x(t), \tag{1}$$

ここで，

$$r_1(t) \equiv \frac{1}{\text{yen-dollar ask } (t)} \tag{2}$$

$$r_2(t) \equiv \frac{1}{\text{dollar-euro ask } (t)} \tag{3}$$

$$r_3(t) \equiv \text{yen-euro bid } (t). \tag{4}$$

である．この μ をレート積と呼ぶ．レート積 μ が 1 よりも大きければ上記の取引で利益が出る．これが三角裁定取引である．三角裁定取引で利益が出る機会を三角裁定機会と呼ぶ．レート積 μ が 1 よりも小さときは逆方向（円→ユーロ→ドル→円）の三角裁定機会である．

三角裁定機会が発生すると，三角裁定取引が実行されるため，レート積 μ は 1 に近付く．しかし各々の為替レートが激しく変動しているため，１に収束してしまうことはなく，１のまわりで揺らぐ．その結果，レート積 μ はガウス分布より裾野の広い分布になる．つまり各々の為替レートは独自に変動しつつも，他の為替レートから影響を受ける．その影響はレート積を 1 に近付ける方向の影響である．

なお，実際のレート積は 1 よりも少し小さい値のまわりで揺らぐ．これは実際の取引には売値と買値の間に差があることが原因である．

三角裁定のマクロモデル

我々は，為替レート間の相互作用を理解するために，まず確率過程モデルを構築した．このモデルは現象論的であるため，マクロモデルと呼ぶことにする．マクロモデルの基本方程式は，各々のレートの対数の時間発展方程式である：

$$\ln r_x(t+T) = \ln r_x(t) + \eta_x(t) - k(\nu - \langle\nu\rangle), \quad (x = 1, 2, 3). \tag{5}$$

ここで，T はモデルの時間スケールに依存する時間ステップであり，ν はレート積の対数である．この ν をログレート積と呼ぶ．右辺第三項が相互作用の項である．k は相互作用の強さを表す正の定数であり，$\langle\cdot\rangle$ は時間平均を表す．このモデルは各レートを粒子の位置としてとらえると，三つの粒子がノイズ η_x で揺らいでいて，三つの粒子の重心に調和振動子形の復元力が働いている状態を記述している（図 1）．

マクロモデルでは，ノイズ η_x が切断レビ過程であると仮定することにより，全てのパラメータを実データから見積もることができる．その結果，モデルはログレート積の振舞いをよく再現する（図 2）．相互作用の関数を線形近似した結果，ログレート積がその平均に近いところで特に一致がいい．

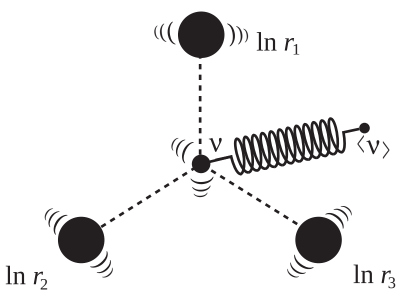

図 1: マクロモデルの概念図．３つのランダムウォーカーの重心に復元力が働いている．

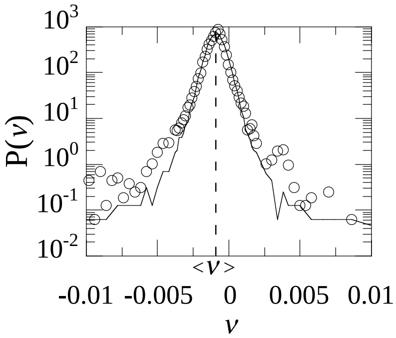

図 2: ログレート積 ν の確率分布．丸印 (○) は実際の市場のデータを表し，実線はマクロモデルによるシミュレーションの結果を表す．マクロモデルは現実のデータをよく再現している．

このモデルからいえることは，各々のレートが激しく変動する効果と，三角裁定取引がレート積を収束させる効果の競合の結果，レート積の分布の裾野が広くなり，それゆえ裁定機会が発生するということである．

三角裁定のミクロモデル

次に我々は，各々の市場参加者に着目した，ミクロな三角裁定のモデルを導入する．具体的には，まず，価格変動のベキ分布をよく再現する佐藤・高安のディーラモデルを２つ用意する．それらの間に適切な相互作用を規定することにより，三角裁定による相関を再現する．注目している実際の為替レートが３つあるにもかかわらず，ディーラーモデルを２つしか用意しないのは，３つの為替レートのうちの２つを，有効的に１つの為替レートと見なせるからである．つまり，例えば円ドルレートとドルユーロレートを合成して，有効的な円ユーロレートと見なせるからである．

佐藤・高安のディーラーモデル

このモデルは，価格空間に希望取引価格を持つ N 人のディーラーを用意し，それらが，値引き交渉のように，売れるまで言い値を下げる，または買えるまで言い値を上げるというモデルである．それぞれのディーラーの希望買値と売値の差は，ディーラーに依らず一定（Λ）とし，時々刻々どれだけ言い値を変化させるかは，初期値として一様乱数 $[0,\alpha)$ であたえる．各々のディーラーは売れるまで売り手，買えるまで買い手であり，売買に参加できたあとは，売り手は買い手に，買い手は売り手に変わるとする．全てのディーラーが，直近の価格変化に係数 $c>0$ で反応するとする．そうすると，c がある程度以上大きくなったとき，このモデルは価格変動のベキ分布をよく再現する．

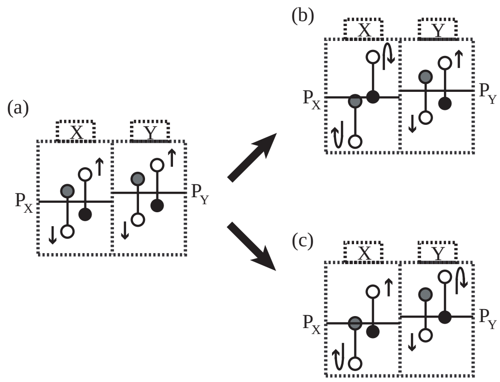

図 3: 三角裁定のミクロモデルの概念図．簡単のために各市場 X,Y に２人づつしかディーラーのいない状況を描いている．黒丸は最良の買値を，灰丸は最良の売値を表す．(a) の状況では希望取引価格が一致しないため，取引はおこらない．(b) の状況では，市場 X において売値と買値が一致したため，取引が成立し，価格が更新される．(c) の状況では市場 X の売り手と市場 Y の買い手との間に取引が成立する（裁定取引）．この裁定取引により，二つの市場は相互作用する．

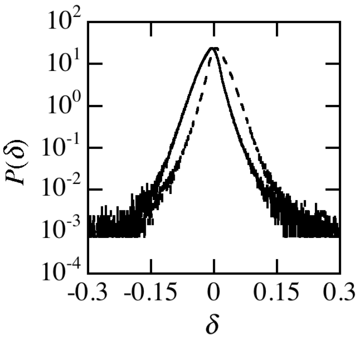

図 4: ミクロモデルから計算したログレート積 δ の確率分布．実線は図 2 に対応している．マクロモデルでは再現できなかった，現実のデータの歪度をも再現できている．

三角裁定のミクロモデル

上記の佐藤・高安のディーラーモデルを２つ用意し（市場 X と市場 Y），適切に相互作用させることによって，為替レート間相関の現実的な振舞を再現できる（図 3, 4)．具体的には，市場 X のディーラーが市場 Y のディーラーと言い値の比較をし，言い値が一致すれば取引がおこるようにするのである（図 3）．

結論

以上のように，我々はまず，三角裁定機会の存在を紹介した．次に，三角裁定に起因する相互作用を，現象論的にモデル化し，その現象の大まかな理解に成功した．さらに，各々の市場参加者に着目したミクロなモデルによって三角裁定の効果を再現した．ミクロモデルのパラメータと現実のデータとの比較，マクロモデルとの類推から，市場間相互作用においては時間スケールが非常に重要な役割を担うことが明らかになった．