

論文審査の結果の要旨

氏名 井出口 恒太

超弦理論が切り開いた新しい可能性として、重力理論とゲージ理論との双対関係がある。これら2つの理論は、純粋に場の理論の立場からは全く異なった原理に基づいている。しかし、弦理論では、重力とゲージ相互作用が融合し一つの閉じた理論体系に両者が包含されていることからの帰結として、理論空間のある領域では同じ物理的内容を、重力理論またはゲージ理論のどちらの立場からも記述できる場合がある。

その最も典型的なものが、 AdS_5/CFT_4 対応として知られているものである。この場合、重力理論側は、負の定曲率をもった5次元反ドジッター空間 (anti-de Sitter spacetime) と正の定曲率を持つ5次元球面空間の直積 $AdS_5 \times S^5$ を背景時空とする超弦理論、ないしはその低エネルギー極限としての超重力場理論である。一方、ゲージ理論側は、4次元時空のゲージ理論として最大可能な超対称性 ($\mathcal{N} = 4$ supersymmetry) を持つ超対称 Yang-Mills 理論である。前者の背景時空は、座標変換に関して $SO(4,2) \times SO(6)$ 群のもとでの等長不変性を有するのに対応して、後者は量子論として同じ群で特徴づけられる共形不変性と6個のスカラー場の回転に対応する $SO(6)$ 対称性 (R 対称性) を有し、対称性の観点からは整合的な関係である。このとき、ゲージ理論の4次元時空は、5次元 AdS 空間の無限遠境界としての4次元とみなされる。ただし、この対応は弦理論から導出できているわけではなく、極めて確からしい予想として、ここ7 - 8年の弦理論の研究の流れを作り出す源になっている。この対応のより深い理解を得ることは、弦理論の原理の探求、場の理論への応用など、様々な弦理論の課題を追求するうえで重要な課題である。しかしながら、こうした対応を直接確かめるのは、双方の理論を調べるために使用できる近似の有効領域が一般には異なるため、対称性のしほりによってその性質を調べられるいわゆる BPS セクター以外では一般に大変困難である。ところが、ここ数年の研究の進展により、ゲージ理論側で異常次元が十分おおい演算子、状態を考えたときには、弦理論では半古典近似が有効になるとの認識がなされ、BPS セクター以外でも対応関係を調べられる例がいくつか明らかになって来ている。

本論文は、このような観点から、これまでよく調べられている $AdS_5 \times S^5$ 背景時空の球面部分 S^5 を、離散群 Γ の作用で割って得られる orbifold 空間 S^5/Γ によって置き換えて、ゲージ理論と弦理論との対応関係を調べている。この置き換えにより、理論の対称性の一部が壊れるため、より低い対称性を持つ背景時空の重力理論および対応するゲー

ジ理論で、どこまで非 BPS セクタ - での AdS/CFT 対応が成立するか、という問題について具体例を与える意義がある。

次に本論文の概要を述べる。論文は全体で 10 章から成っている。序章で、本論文で追求する課題の動機と位置づけを与えた後、第 2 章から 6 章までは論文後半の議論への準備として、いくつかの既知の結果に関するレビューを与えている。まず、AdS/CFT 対応 (2 章)、 $\mathcal{N} = 4$ 超対称 Yang-Mills 理論における異常次元 (3 章)、特に、異常次元の 1 ループ近似におけるスピ系との対応、ベータ仮説の方法にもとづいたスペクトルの導出、積分可能性、およびいわゆる BMN 極限などがまとめられている。第 4 章で、弦理論側の半古典近似による弦のエネルギー・スペクトルの取扱いを論じ、それを受けて第 5 章では、ゲージ理論の 1 ループ近似による連続極限有効作用の導出と、弦理論との比較を行っている。続いて第 6 章では、弦理論側で S^5 空間を orbifold に置き換える手続きと、 $\Gamma = Z_M$ としたときのゲージ理論側の対応物であると予想される quiver ゲージ理論についての説明がなされている。

以上の準備のもとで、第 7 章より主眼とする問題にとりかかる。7 章では、ゲージ理論側での異常次元を 1 ループ近似で調べる。これまで調べられている通常の $\mathcal{N} = 4$ 理論との違いは、離散群 Z_M で割られていることに対応して考察すべき演算子に、理論にもともと存在しているスカラー場の他に離散群要素 γ 作用を表す不純物を含むいわゆる twisted セクターに属するものがあることである。本論文で扱っている理論の枠内では、不純物を含まない untwisted セクターに関しては、1 - ループ補正における異常次元の結果は通常の $\mathcal{N} = 4$ 理論と一致するが、twisted セクターに関しては、結果は異なり、離散群のオーダ - M に依存する異常次元が得られる。ベータ仮説の方法を適用してこれらの結果を導き、さらにこの場合についての積分可能性を、通常の場合に知られている Yang-Baxter 関係式の議論を拡張することにより論じている。第 8 章では、弦理論側で orbifold のもとでの弦の伝搬の半古典近似による取り扱いを行い、 $\text{AdS} \times S^5 / Z_M$ 時空の中心で S^5 / Z_M 方向に回転する弦の運動から得られるスペクトルを求めて、第 7 章で導いた異常次元と比較し、それらが一致する結果を与えていることを論じている。また、第 9 章では、orbifold 模型での弦の有効作用を、ゲージ理論側から導出する可能性を調べ、弦理論の古典作用との整合性を示している。最終章では、これらの結果の要約がなされたうえ、問題点と今後の課題を論じている。

本論文は最近の弦理論の発展において極めて重要な意味を持つ AdS/CFT 対応に関して、最も典型的な $\text{AdS}_5 \times S^5$ の場合から orbifold 空間へ移って、超対称性や R 対称性に関してより低い対称性によって特徴づけられる状況で、重力理論とゲージ理論の対応を考察した。そして、前者の古典近似と後者の 1 ループにおいては、エネルギー・スペクトルと異常次元の間に予想される対応が成り立っていること、および後者についてスピ系

として積分可能性も対称性の低下のもとでも依然として成立していることを示した。この問題に関して、まだ解明されるべき点もいくつかあるが、orbifold 空間でのこれらの対応関係を確かめたことは、今後の研究に役立つ有用な新知見であり、本論文は博士論文として十分な内容を備えている。

よって、審査委員会は全員一致で本論文が博士（理学）の学位を授与するのにふさわしいものであると判定した。