論文審査の結果の要旨

氏 名　　　　桑 子 和 幸

本論文の研究テーマは，結び目のDehn手術をしたときにできる3次元多様体が，Kleinの壷を含むことが，どの程度起きうるのかを調べることである．

任意の3次元閉多様体は、3次元球面内の絡み目について、Dehn手術を行って構成することができる。Dehn手術は絡み目の各成分について、$D^2 \times S^1$と同相な管状近傍を取り除き、再び$D^2 \times S^1$を埋め戻すことにより定義される。絡み目の管状近傍の境界のトーラス上に定義されるメリディアン・ロンジチュードに対する$\partial D^2 \times \{*\}$の傾きの値の有理数（手術係数）で記述される。

3次元有向閉多様体がKleinの壷を含めば，それはプリズム多様体であるか，Kleinの壷を2重被覆する本質的トーラスを含むかのいずれかである．これらの多様体は3次元多様体の中で，特殊なものであるから，3次元球面内の結び目についてDehn手術して得られた多様体がそのようなものになることは，genericには起きないものと期待される．

論文提出者 桑子和幸は，この問題について，任意の結び目Kについて，2つの手術係数r, s双方がKleinの壷を含む場合につて考察し，Kが8の字結び目，トーラス結び目，ケーブル結び目等になる例外的な場合を除くと，r, sは$\Delta(r,s) \leq 4$という互に近接した位置にあることを示した．ここで$r = \dfrac{m_1}{n_1}$, $s = \dfrac{m_2}{n_2}$を既約分数とするとき，$\Delta(r,s) = |m_1n_2 - m_2n_1|$である。また上記の例外の場合についてもどのような可能性があるかを決定した．この不等号は等式を満たす例が実際に存在するという意味でbest possibleであることもわかっている．

同様な問題で，Dehn手術して得られた多様体がいつレンズ空間になるかとか，いつ射影平面を含むかという問題については，Culler-Luecke-Gordon-Shalenの巡回手術理論の後，最近のOzsvath-Szabo，Kronheimer-Mrowka-Ozsvath-Szaboらによって，大変良く理解されている．今回の桑子和幸の仕事は，市原-寺垣内の結果と合わせることにより，Dehn手術して得られた多様体がKleinの壷を含む場合も理解することを可能にした大変意義のあるものである．

よって論文提出者 桑子和幸は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。