

論文の内容の要旨

論文題目 Incompressible surfaces in 4-punctured sphere bundles
(円周上の4点穴あき球面束の中の圧縮不可能曲面)

氏名 佐伯真一

Hatcher と Thurston は1985年の論文で、3次元球面の2橋結び目補空間内の圧縮不可能な曲面を分類し、その標準的な形状を記述した。この論文で用いられた手法は、2橋結び目と4点で交わる2次元球面による曲面の断面を考え、この2次元球面を動かしたときの断面の変化を追跡することにより、曲面を復元するというものである。断面の様子全体のなす空間である“diagram”はこの手法の中心であり、曲面の圧縮不可能性は変化の「極小性」に反映されている。また、Floyd と Hatcher は1988年の論文で、この手法を3次元球面の2橋絡み目補空間内の圧縮不可能な曲面の分類に拡張して用いた。絡み目の場合では、断面の様子全体のなす空間は3次元の空間であり、この論文では3種類の2次元断面を用いている。さらに、Floyd と Hatcher は1982年の論文で、円周上の1点穴あきトーラス束内の圧縮不可能な曲面の分類にも拡張して用いた。この場合、曲面の各

ファイバーとの交わりを考え、その様子のなす空間での移動を追跡している。

2橋結び目・絡み目の場合の手法の自然な拡張は、円周上の4点穴あき球面束内の圧縮不可能曲面を分類することである。実際、1988年の論文のRemarkでは、拡張した手法での曲面の分類の可能性に言及しており、それに必要と思われる断面の様子の空間について解析した未発表の論文を作成し、それを引用している。4点穴あき球面束の場合に必要な断面の様子の空間は5次元の空間であり、この未発表の論文はその2次元の断面を31種類掲載している。

上に挙げた各論文では、曲面に対して連結性を要求していない。本論文では、円周上の4点穴あき球面束内の圧縮不可能曲面のうち、それぞれの穴に同じ枚数の曲面の境界付近が集まる2橋結び目型の曲面について、連結性と向き付け可能性の判定条件を与えた。曲面をその標準形のひねり部分で切断し、いくつかの平行な曲面にして、これらに順に番号を振る。切断したひねり部分を元に戻す作業は、この番号の集合の同値関係を与える。この同値関係を2面体群を用いて記述し、さらに番号1を含む同値類を調べることにより、向き付け可能性の判定条件も与えた。

また、種数が0（向き付け可能なら穴あき球面）または1（向き付け可能なら穴あきトーラス、不可能なら穴あき射影平面）の圧縮不可能曲面を実際に分類した。