

論文審査の結果の要旨

氏名 佐伯真一

3次元多様体の中の圧縮不可能曲面は、3次元多様体のトポロジーを記述する上で非常に重要な役割をはたす。特に、多様体内の結び目、絡み目の補空間の圧縮不可能曲面が分類されると、その結び目、絡み目に沿うデーン手術により得られる3次元多様体の圧縮不可能曲面の情報がほとんど得られることになる。

3次元球面内の2橋結び目の補空間に対してはHatcher-Thurstonにより、圧縮不可能曲面が分類され、3次元球面内の2橋絡み目の補空間、円周上の穴あきトーラス束についてもFroyd-Hatcherにより、圧縮不可能曲面が分類されている。

論文提出者佐伯真一は、円周上の4点穴あき球面束に対してその圧縮不可能曲面の分類について研究した。

圧縮不可能曲面が円周上の4点穴あき球面束の各境界成分と同じ個数の円周で交わる場合に、圧縮不可能曲面の標準形を確立した。これは、プロパーに埋め込まれた曲面のモース理論をおこなうもので、極大極小点を除去した後、鞍点の位置をそろえることができるというHatcher-Thurstonの手法を用いるものであるが、現実には、Hatcher-Thurston, Froyd-Hatcherの場合には起きなかった現象が含まれることも示された。これ標準形を用いて、圧縮不可能曲面と境界成分の交わりのバイファケーションを2面体群の作用で記述し、圧縮不可能曲面の連結性、向き付け可能性についての条件を書き表した。さらに、論文提出者は、種数が1以下となる場合の完全なリストを作成した。

円周上の4点穴あき球面束は、球面と円周の直積内の閉ブレードと考えることもできるが、論文提出者の結果を用いると、この絡み目に沿うデーン手術により得られる多様体内に圧縮不可能なトーラスが存在するかどうかも判定される。また球面束には、モノドロミー・フローが存在するが、これが絡み目に沿うデーン手術により得られる多様体内に誘導するフローは、重要なアノソフ流の例を含むことがわかっており、このような力学系の研究への応用もある

このように、論文提出者の結果は円周上の4点穴あき球面束に対してその圧縮不可能曲面の分類を具体的におこなった点で重要であり、そのことによって3次元多様体のトポロジーの研究に重要な意味を持つものである。よって論文提出者佐伯真一は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。