論文審査の結果の要旨

氏名　田所 勇樹

リーマン面のモジュライ空間および写像類群の幾何学的研究は、一般理論の構築がひと段落した現在、一般理論と具体例のせめぎあう場所でのより深い研究が必要となりつつある。モジュライ空間のもっとも基本的なコホモロジー類である森田 Mumford 類の根本にあるのは写像類群の Johnson 準同型であって、そのモジュライ空間における複素解析的な対応物が、本学位論文の主たる研究課題である調和体積である。このように調和体積はリーマン面のモジュライ空間の幾何に基本的重要性をもつものであるが、創始者の B. Harris による Fermat 四次曲線についての計算を除けば、M. Pulte, G. Ceresa, W. Faucette, R. Hain 等の一連の研究は重要ではあるが一般理論の展開ということになる。本論文の目指すところは、具体的なリーマン面について調和体積の具体的な値を求めることにあって、一般理論と具体例が相互作用する、より深い研究のための先駆けであるということができよう。

田所氏は、本論文および参考論文において幾つかの具体的なリーマン面について調和体積を具体的に計算している。調和体積の定義には Chen の反復積分があらわれるので、それが超幾何関数が関係するだろうということはある程度予想されるが、実際の具体的なリーマン面について、具体的にどの特殊関数が関係するか？という問題ははるかに難しいと思われる。超幾何関数と射影直線上の分岐被覆の構造を用いて、具体的なリーマン面 C について調和体積が 0 になるかどうか？を決定しよう。というのが田所氏の本論文での研究である。調和体積のある部分が 0 にならないことが分かれば、Jacobi 多様体 $J(C)$ の（ホモロジー的には自明な）代数的サイクル $C - C^-$ が代数的には非自明であることがわかる。これらは、G. Ceresa によって種数 3 以上の generic なリーマン面について 0 でないことは知られているが、具体的にどのリーマン面について 0 でないかということについては B. Harris による Fermat 四次曲線の例の他は知られていなかったようである。

論文の第一部では Klein 四次曲線について計算している。その調和体積の一部を超幾何関数 ${}_3F_2$ の特殊値であらわし、とくに上述の代数的サイクルが Klein 四次曲線については非自明であることを証明した。分岐被覆の記述方法の一つである Hurwitz 系を用い Klein 四次曲線の対称性を活用した計算を実行している。調和体積と超幾何関数の関係を具体的に明らかにした点に大きな意義がある。

論文の第二部では、修士論文である参考論文に引き続き、超楕円曲線の点つき調和体積を計算している。調和体積の一般理論では、通常、調和体積そのも

のよりも、その二倍が意味をもち、超楕円曲線の調和体積の二倍は 0 となるため見過ごされてきた。超楕円曲線の調和体積そのものが非自明であり、幾何学的な意味をもつことを明らかにした点で参考論文および論文第二部は独創性をもつ。実際の計算にあたり、複素解析的なものと、純粋に位相幾何的なものの二つの手法を提示したことにも意義がある。

論文の第三部では、Fermat 六次曲線について、第一部と同様に、調和体積の一部を超幾何関数 ${}_3F_2$ の特殊値であらわし、とくに上述の代数的サイクルが Fermat 六次曲線についても非自明であることを証明した。

これらの論文の結果は、いくつかの特殊例の計算であるとはいえ、リーマン面のモジュライ空間の複素解析的また位相幾何学的研究に、将来の展望および多大の示唆を与えるものである。

よって、論文提出者　田所勇樹　は博士（数理科学）の学位を受けるに充分な資格があると認める。