

論文審査の結果の要旨

氏名 八嶋 洋行

実線形空間 V に有限鏡映群 W が既約に作用しているとする。 W の鏡映面の補集合 $X = V \setminus \cup H_j$ の複素化 $X_{\mathbb{C}}$ について、商空間 $X_{\mathbb{C}}/W$ の基本群は Artin 群とよばれ、古典的な組みひも群の一連の一般化を与える。1970年代に Deligne によって $X_{\mathbb{C}}$ の普遍被覆空間は可縮であることが証明された。したがって、 $X_{\mathbb{C}}/W$ のコホモロジーは Artin 群のコホモロジーと同型である。また、 $X_{\mathbb{C}}$ および商空間 $X_{\mathbb{C}}/W$ のセル分割は Salvetti によって実鏡映面の集合が定義する stratification を用いて与えられており、とくに $X_{\mathbb{C}}/W$ は多面体の境界をはりあわせた空間とホモトピー同値であることが知られている。このセル分割によって定まる複体は Salvetti 複体とよばれ、これを用いた Artin 群のコホモロジーに関する研究が、De Concini, Procesi, Salvetti らによってなされている。

本論文の主題は、 W を定義する Coxeter 系 Γ のある部分集合 Σ に対応して定義される放物型部分群 W_{Σ} に対して、 W と W_{Σ} それぞれの鏡映面の集合の関係を、解析的に記述することである。そのための手法として、齋藤恭司によって構成された、原始ベクトル場が本質的に用いられている。 W_{Σ} の作用する実線形空間を V_{Σ} で表す。本論文では、原始ベクトル場が生成するフローと discriminant 集合の位置関係を詳細に記述し、このフローに関する discriminant 集合のシフトを用いることによって、実半解析的な埋め込み写像 $i: V_{\Sigma} \rightarrow V$ で、 W_{Σ} および W の作用と同変であるものを構成した。これによって、 W_{Σ} の鏡映面の補集合は、 X の実半解析的部分集合として実現することができる。 W_{Σ} と W 対応にする Artin 群を、それぞれ、 A_{Σ} , A で表す。上の構成は、それぞれの複素化に拡張され、Artin 群のコホモロジーを記述する Salvetti 複体の間の自然な埋め込み写像が構成される。したがって、群のコホモロジーの間の写像 $H^*(A; \mathbb{Z}) \rightarrow H^*(A_{\Sigma}; \mathbb{Z})$ が誘導され、これは、Artin 群とその放物型部分群のコホモロジーの関係の記述に有効に用いられる。

本論文は、原始ベクトル場の手法を用いて、Coxeter 群とその放物型部分群の鏡映面の相互関係および、Artin 群とその放物型部分群のコホモロジーに対して新しい知見をもたらしたものであり、位相幾何学と複素解析幾何学の分野に大きく貢献する。よって、論文提出者 八嶋 洋行は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。