

## 論文審査の結果の要旨

戸 松 玲 治

本論文において、論文提出者は量子群  $SU_q(2)$  の右余イデアルの完全な分類を行った。

作用素環上の群作用を分類することは、作用素環論における重要かつ基本的な問題の一つである。任意の群の任意の作用素環上の作用を考えたのでは手がかりがないので、当然、群と環に、さらには作用の種類に条件をつけることになる。さまざまな条件がこれまでに研究されているが、その中で、コンパクト群のエルゴード作用、すなわち不動点環がスカラーのみからなるような作用を考えると、いろいろと興味深い現象が起こることが知られている。この方面での大きな結果に、A. Wassermann によるものがあり、群をさらに限定して  $SU(2)$  のエルゴード作用を考えると、作用される方の作用素環に自動的にきわめて強い限定が付き、エルゴード作用完全な分類リストが得られることがわかっている。そこで論文提出者は、この設定で  $SU(2)$  のかわりに量子群  $SU_q(2)$  の作用素環へのエルゴード作用を分類する問題を考えた。

量子群は、Drinfel'd, 神保によって発見されたものだが、ここで考える  $SU_q(2)$  は Woronowicz によるもので、Lie 環のかわりに Lie 群上の関数環の  $q$ -変形に当たるものである。Hopf 代数を作用素環の設定で考えたものと言ってよい。また変形パラメータ  $q$  の値は  $-1 \leq q < 1, q \neq 0$  の範囲を考えている。この設定で A. Wassermann の理論の対応物を考えようとするのだが、「量子化」したことによるさまざまな困難が現れる。特に、ある種の重みベクトルが多くて行列の同時固有ベクトルになる、という A. Wassermann の論法を量子化しようとする際に、trace 条件が崩れるために本質的な困難が生じ、 $SU(2)$  の場合と同様の理論を展開することができなくなる。そこで、任意のエルゴード作用の代わりにもっと条件をつけた作用を分類することを考える。A. Wassermann の分類リストは、結果的には、ある種の等質空間たちに対応しているので、 $SU_q(2)$  に対しても、等質空間の量子的な対応物を調べることにするのである。作用素環上の代数的な言葉では、このことを、 $SU_q(2)$  の右余イデアルを分類すると言ってもよく、この問題を完全に解決したのがこの論文である。

論文提出者は、この設定でまず、A. Wassermann の一般的理論の量子化を行い、同変  $K$ -理論を用いた道具を整備して、多重度写像と呼ばれる写像を導入してその性質を研究した。さまざまな一般論を整備した後は、すべての場合を一つ一つ、徹底的に調べることになり、技術的にたいへん困難な議論が必要になる。これらをすべて実行して、論文提出者は  $SU_q(2)$  の右余イデアルの分類リストを得た。その結果は、変形パラメータ  $q$  の値によって次の3つの場合に分かれる。

(1)  $0 < q < 1$  の場合. 右余イデアルの型は,  $1, SU(2), T_n, T, D_\infty^*$  のいずれかである.  $T$  型のもは, Podleś の量子球面である.

(2)  $-1 < q < 0$  の場合. 右余イデアルの型は,  $1, SU(2), T_n, T, D_\infty^*, D_1$  のいずれかである.  $T$  型のもは, Podleś の量子球面である.

(3)  $q = -1$  の場合. 複雑なのでここでは省略するが, 論文提出者は完全なリストを得ている.

これらは,  $SU_q(2)$  の「部分群」に対応するようなものとも考えられるので,  $SU(2)$  の閉部分群の分類リストに対応して,  $A-D-E$  型の Dynkin 図形が現れることは自然であるが, 上の結果は,  $-1 < q < 1$  の場合は古典的な場合に比べて, 「部分群が少ない」こと,  $q$  の正負で違いが生じることを示している. これらはいずれも予想されていなかった新しい現象で, 論文提出者による大きな貢献である. この結果はすでに国際的な注目を集めており, これからの量子群作用の分類理論の発展の基礎になるものである.

よって, 論文提出者戸松玲治は, 博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める.