論文審査の結果の要旨

氏名　長谷川　功

古典的ブレイドは，$D^2 \times D^1$ に固有に埋め込まれた n 本の曲線であって，射影 $p: D^2 \times D^1 \to D^1$ をその曲線の集合に制限すると D^1 上の n 重被覆になっているようなものと考えられる．これの類似として，$D^2 \times D^2$ に埋め込まれた曲面 S であって，第 2 射影 $p_2: D^2 \times D^2 \to D^2$ を S に制限すると n 重の単純分岐被覆になっているようなもの（ただし，∂D^2 上では自明な被覆であると仮定する）を 2 次元ブレイドと呼ぶ．2 次元ブレイド理論は Viro と鎌田により創始された．古典的ブレイド理論が結び目理論で重要であるように，2 次元ブレイド理論は 4 次元空間 $\mathbb{R}^4$ のなかに埋め込まれた曲面結び目の理論で重要である．

2 次元ブレイドを記述するため，鎌田は D^2 に描かれた「チャート」を導入した．これは，D^2 から分岐跡集合 Σ を除いた補空間の基本群から古典的ブレイド群へのモノドロミー準同型 $\rho: \pi_1(D^2 - \Sigma, b_0) \to B_n$ の双対概念である．チャートは B_n の標準生成元によりラベルづけされた辺をもつ D^2 内の有限グラフであって，井草の「ピクチャー」の拡張概念でもある．論文提出者　長谷川　功　はチャート理論をレフシェツ・ファイバー空間の理論と曲面結び目の理論に応用した．

提出された論文は 3 部に別れている．

第 1 部では，2 次元ブレイドの場合にモノドロミー $\rho: \pi_1(B - \Sigma, b_0) \to B_n$ のターゲットとなっている古典的ブレイド群 B_n を一般の有限表示群 $G = \langle X | R \rangle$ に一般化した．それに伴って，チャートの概念を拡張し，チャートの変形理論とチャートに伴う種々の組み合わせ的不変量を論じている．さらに，この拡張されたチャートの概念をレフシェツ・ファイバー空間の分類に応用し，Auroux による安定分類定理の簡明な別証明を与えた．

第 2 部では，

$$\sigma_i \mapsto \begin{pmatrix} I_{i-1} & & & \\ & 0 & -1 & \\ & 1 & 0 & \\ & & & I_{m-i-1} \end{pmatrix}$$

によって定義される B_n の線形表現 $\varphi: B_n \to GL(n, \mathbb{Z})$ を導入し，これを応

用したいくつかの興味深い結果を得ている．そのうちの特筆すべき結論は次のように述べられる：

定理：その「閉包」がリボン型の曲面絡み目となるような2次元ブレイドであって，それ自身はリボン型でないような2次元ブレイドSが存在する．

ここに，2次元ブレイドSの「閉包」とは，自明な2次元ブレイドをSの境界に沿って張り合わせて，4次元空間内の曲面結び目を得る操作である．また，2次元ブレイドが「リボン型」とはそのモノドロミーを表すHurwitz系が$(\beta_1, \beta_1^{-1}, \beta_2, \beta_2^{-1}, \cdots, \beta_k, \beta_k^{-1})$の形になることである．さらに,「リボン型」の曲面絡み目とは，4次元空間内に自明に埋め込まれたいくつかの2次元球面を互いに交わらないいくつかのチューブでつないで得られる曲面絡み目である．鎌田により，リボン型の2次元ブレイドは閉包をとればリボン型の曲面絡み目が得られることが証明されているが，長谷川による上記の定理はこの逆が成り立たないことを示す反例を与えたものである．その反例は具体的なチャートで与えられ，閉包がリボン型でないことの証明に線形表現φを利用している．

第3部ではZeemanによるツイスト・スパンという構成によって得られる球面結び目を表すチャート表示を求めている．これも有用であり，例えば，1-ツイスト・スパンは常に自明な球面結び目になるというZeemanの定理のチャート表示による別証明を与えている．

以上のように，提出された論文により，4次元トポロジーにおけるチャート理論の有効性が，論文提出者の並々でない習熟を通して明らかにされ，また，種々の方面に拡張されたと言える．よって，論文提出者　長谷川　功　は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．