論文審査の結果の要旨

氏　名　　　　　横　山　知　郎

余次元１葉層構造の葉のトポロジーと多様体のトポロジーの関係については長い研究の歴史がある。

各葉の基本群から実数直線の原点を固定する微分同相の芽のなす群へのホロノミー準同型が定義される。閉多様体上の葉層構造に対し、すべての葉に対してこの準同型が自明ならば、多様体は円周上のファイバー束であり、各葉は互いに同相で、ファイバーの被覆空間となることがサックステーダーにより知られている。このとき、各葉は多項式増大度をもち、C^2 級ならば、すべての葉は稠密、すなわち極小葉層となる。

論文提出者横山知郎はどのような条件のもとで、すべての葉のホロノミー準同型が自明となるかを研究した。論文の主要な結果は３つある。

１．閉多様体上の葉層構造に対し、すべての葉が同相とするとき、葉層構造は上記のホロノミー準同型が自明なものとなるかという問題に対し、横断的に実解析的な極小葉層の反例を与えている。この例の場合、葉は種数が無限大でエンド集合がカントール集合となる。

２．閉とは限らない多様体上の横断的に向き付け可能な実解析的極小葉層に対して、すべての葉の基本群が無限巡回群のとき、各葉のホロノミー準同型は自明となる。

３．閉とは限らない２次元ホモトピー群が自明であるような多様体上の横断的に向き付け可能な実解析的極小葉層に対して、すべての葉の基本群が同じランクの自由アーベル群のとき、各葉のホロノミー準同型は自明となる。

これまでの研究で、C^2 級で各葉が多項式増大度をもち、ホロノミー群がアーベル群となる場合などで同様のことが知られていた。しかしながら、極小性、実解析性は仮定するが、葉の幾何的な条件ではなく基本群に関する条件だけで、各葉のホロノミー準同型は自明となることを示した意義は大きい。

また、閉多様体上の葉層構造の葉のエンド集合は、すべての葉が同相ならば、空集合、１点、２点、またはカントール集合となることが、ジース、キャントウェル-コンロンにより示されている。このとき、空集合は容易に、２点の場合は最近のブランの結果により各葉のホロノミー準同型は自明となる。上に述べたように、カントール集合となる場合には反例があるが、１点の場合の解析において、論文提出者の結果は非常に意義があるものである。

このように、論文提出者の結果は余次元１葉層構造のトポロジーの研究に重要な意味を持つものである。よって論文提出者 横山知郎は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。