論文審査の結果の要旨

氏名　　佐藤 隆夫

自由群の自己同型群は、組み紐群や曲面の写像類群とならんで低次元位相幾何学で重要な役割を果たす無限群であり、これら二つの群を部分群として含んでいる。20 世紀前半の M. Dehn, J. Nielsen および W. Magnus 以来の研究史をもつとはいえ、他の二つに較べて未解明の点が多く残されている。複素解析的代数幾何学的アプローチを許さない反面、ある種の簡明さをもつため 20 世紀初頭以来の組合せ群論の技法が活躍できる余地も充分にある。いずれにせよ当面は、20 世紀後半に大きく進歩した写像類群の研究を自由群の自己同型群に翻訳することが研究の有力な道標であり、21 世紀初頭の今日、自由群の自己同型群研究の泰斗である K. Vogtmann の一連の仕事についても、写像類群に関する W. Thurston や J. Harer の仕事の影響を指摘することができる。

曲面の写像類群の研究においてはジョンソン準同型に象徴されるように、ねじれ係数ホモロジーや、自由群の降中心列への作用が重要な意味をもつ。論文提出者佐藤氏は、自由群の自己同型群についてねじれ係数ホモロジーおよび自由群の降中心列への作用から誘導されるジョンソン準同型を、組合せ群論的手法および群のコホモロジーの手法を用いて研究している。幾何的および解析的手法が容易に使用できる写像類群とことなり、自由群の自己同型群については現在のところ使用できる手法は限られており、しばしば組合せ群論の手法による膨大な計算が必要となる。論文提出者はこれら膨大な計算をこなし、幾つかの重要な結果を得ている。

論文第 1 部（および参考論文）は、自由群の可換化およびその双対に係数をもつ（1 次元および）2 次元ホモロジー群を計算したものである。S. Gersten が与えた自由群の自己同型群の表示を用いる。群の表示から自明係数 2 次元ホモロジー群を求めることは Hopf の定理という理論的な処方箋によってある程度対処できるが、ここで扱っている 2 次元ホモロジー群はねじれ係数であり、自明係数に較べ、質的にも量的にも大きな困難が生ずる。佐藤氏は Gersten の表示における関係式相互の関係を明晰に整理し、膨大な計算を処理して、これらねじれ係数 2 次元ホモロジー群の計算を実行した。なお、論文第 1 部の（自由群の可換化を係数とする）容易な半分については A. Hatcher と N. Wahl の 3 次元位相幾何学を用いた結果（Geometry and Topology 9, (2005), pp. 1295 – 1336）の系としても導かれるが、（自由群の可換化の双対を係数とする）困難な半分については彼等の結果は使えない。自由群の自己同型群の研究の現状では、論文第 1 部の結果は実行可能なもののうち最良であると言えよう。

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

論文第２部は、自由群の自己同型群の第二および第三ジョンソン準同型をほぼ完全に記述した。その際、森田茂之（Duke Math. J., 70 (1993), 699-726）による「森田 trace」を発展させた「佐藤 trace」とも言うべき新しい現象を発見している。これらの結果はいずれも、今後、自由群の自己同型群の構造を解明していく上で、基本的重要性をもつものである。

最後に、論文第３部は自由群の合同 IA 自己同型群の１次元ホモロジー群を計算したものである。同様の対象である、より複雑であることが予想されるレベルつき写像類群や、より単純な結果をもつ合同部分群と比較して興味深い結果である。

以上の本学位論文において、論文提出者佐藤氏は膨大な計算を実行している。数学的洞察力なしに、これだけの計算を完遂することは不可能である。同時に、得られた結果は極めて明晰なものであり、自由群の自己同型群の研究を確実に前進させたと言うことができる。組合せ群論および群のコホモロジー論に寄与する所は大きい。

よって、論文提出者　佐藤隆夫　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。