

論文審査の結果の要旨

氏名 廣田 真

流れをもつプラズマの構造とダイナミクスが近年注目を集めている。太陽フレア、降着円盤などにおける天体プラズマ流や、トカマク等の核融合実験装置において自発的に発生する流れなどである。実際、ほとんどのプラズマは流れをもっており、流れがプラズマの平衡や揺らぎ（摂動）の安定性に与える影響を正確に理解することは、プラズマ物理において極めて本質的なテーマである。しかし、流れのあるプラズマの理論には、いくつかの本質的な困難があり、十分な理論的基盤が構築されているとは言い難い。

本論文は、流れをもつプラズマの一般的な線形安定性理論について研究したものである。流れのない平衡については、すでに厳密な理論が多く研究されており、プラズマの摂動をラグランジュ変位で表す定式化が有効であることが知られている。ラグランジュ変位の線形時間発展は、エルミート作用素によって生成される群を用いて表現できることから、生成作用素の固有モード解析（分散関係）によって運動が完全に理解できる（フォンノイマンのスペクトル分解定理）。あるいは生成作用素によって定義される2次形式に関するエネルギー原理によって、安定性の必要十分条件が示される。しかし、流れをもつ平衡に対しては、揺らぎの線形発展方程式の生成作用素は非エルミートになり、一般的なスペクトル分解理論が存在しない難問となる。本研究は、この数学的に未開拓の領域に踏み込み、新たな解析手法を開発して、流れの重要な効果を明らかにしている。論文は十の章から構成され、各章は以下の内容を記述している。

第一章は序章にあてられ、流れをもつプラズマの安定性の重要性や難しさ、本論文の概要がまとめられている。

第二章では、一般的な線形発展方程式に対して、スペクトル分解などの概念を解説している。

第三章では、プラズマの安定性解析手法として普及している固有モード解析とエネルギー原理の限界について考察し、流れがある場合にそれらがどのような欠点をもつかを示している。すなわち、非エルミート作用素のモードは、互いの線形独立性が破綻するために、二つ以上の固有値が縮退するとモード間の共鳴によって非指数関数的に振幅が増大する可能性がある。したがって、固有モード解析において安定であっても不安定性が生じうる。この問題は有限自由度の場合にはジョルダン標準形の理論で解決できるが、無限自由度の空間では一般的な理論がない。

第四章は、この無限自由度特有の問題として、連続スペクトルが縮退した場合に生じる揺らぎを解析している。佐藤超関数理論を用いて連続スペクトルに属する特異な固有関数を厳密に定義する手法を提案している。

第五章および第六章では、縮退する連続スペクトルの具体的な例を解析している。すなわち、ブラゾフ-ポアソン方程式（第五章）、縮退したアルフベン連続スペクトル（第六章）において、非エルミート性に起因する新たな非指数関数的不安定性を発見し、解の挙動を解析的に解いている。アルフベン波の不安定性は有理面に局在化しており、乱流や磁気リコネクションの引き金になると予測される。

第七章および第八章では、変分法に基づいた安定性解析について一般的な視点から考察している。流れをもつプラズマに対して、エネルギー原理は安定性の十分条件しか与えないが、さらにポテンシャルエネルギーが負の項を含むため、ほとんどの場合に安定条件の指針すら得ることが難しい。この問題を解消する手法として dynamically accessible variation (DAV) と呼ばれる変分について考察している。DAV によるハミルトニアンの変分は、エネルギー原理における全エネルギーとよく似ているが、運動エネルギーの方にポテンシャルエネルギーの負の項とキャンセルする正の項が含まれており、全エネルギーが正定値になり得る。さらに、ハミルトニアンとカシミール不変量の和の極値として表現される平衡に対しては、DAV を用いた変分原理の方がエネルギー原理よりも改善された安定性条件を与えることを証明している。

第九章では、ホール効果を含んだ方程式系に対してラグランジュ変位の定式化が行われている。ホール効果によって、多様な流れをもった平衡が生みだされると考えられており、それらの安定性に関心が高まっている。本研究では、エネルギー原理や DAV を用いてホール効果が安定性に与える効果を解析している。

第十章は、本論文のまとめにあてられている。

以上を要するに、本論文は流れをもつプラズマの線形安定性に関して、数学的な基礎付けを行ないながら新しい解析手法を開発し、理論解析によって得られた重要な知見をまとめたものである。その成果は、高速流をもつプラズマの核融合装置や、宇宙・天体现象の解明などに応用することができ、先端エネルギー工学、とくにプラズマ物理学に資するところが大きい。

なお、本論文の第四章から第六章にわたる成果は、吉田善章、龍野智哉の各氏との共同研究によるものであり、第八章、第九章は吉田善章、Eliezer Hameiri の各氏との共同研究であるが、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（科学）の学位を授与できると認める。