

論文内容の要旨

論文題目

An analysis of unsteady one - dimensional conduit model
for lava dome eruptions

溶岩ドーム噴火における非定常 1 次元火道モデルの解析

氏名 中西 無我

1. Introduction

溶岩ドームを形成するような噴火の際に、地殻変動の観測（例えば、スフリエルの 1997 年の噴火（図 1））から数 10 時間の周期をもつ火山の膨張・収縮や、数年の周期をもつマグマ噴出量変化が観測されている。地殻変動は、マグマの流入量と流出量のバランスによって決まるマグマ溜りの圧力の変動を表している。本研究では、このような圧力変動を数理的に解析することで、火山マグマの上昇メカニズムを支配する物理要因を明らかにすることを目的とする。

一般にマグマの上昇運動については、マグマ溜りの状態を境界条件として与えて、深さ方向空間 1 次元の火道の非定常偏微分方程式モデルを解くことによって解明する。しかしながら、空間的に変化するパラメータが含まれているために、周期的変動の発生条件や本質的なパラメータが何かを知ることは難しい。そこで、本研究では、その周期的変動の一般的性質を抽出するために、火道中のマグマの流量 (Q) とマグマ溜りの圧力 (P) の力学系モデルをたて、モデルに依存しない周期的変動の性質を明らかにするとともに、力学系モデルが偏微分方程式モデルのどのような近似になっているかを明らかにした。

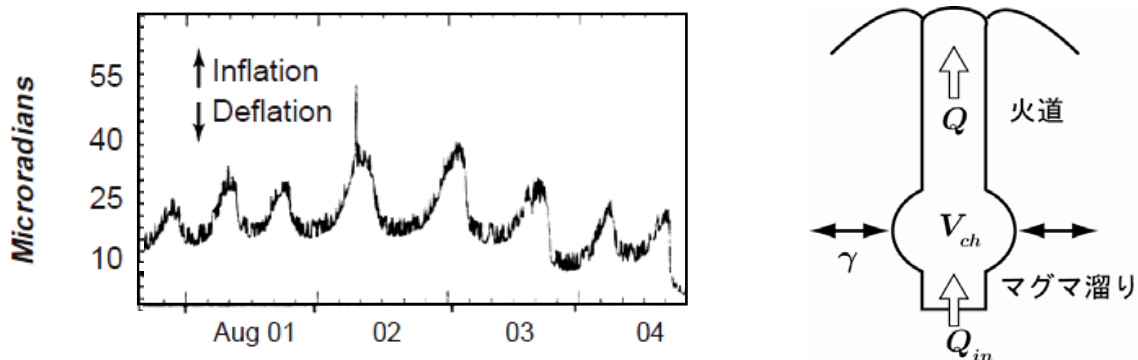


図 1. (左) スフリエル火山の周期的変動 [Wylie et al.(1999)] : 傾斜計の値の時間変化.
(右) 基本的なモデルの概略図

過去のモデル

偏微分方程式モデルの結果の解釈が困難なために以下の大きく分けて3つの近似的モデルが提案された。

1) 定常流モデル (例えば, Woods and Koyaguchi [1994], Melnik and Sparks [1999])

マグマ溜りと火口出口の圧力を境界条件として与え, その境界条件を満たすマグマ溜りからの流入量 Q_{in} を決定することによって, 火道の深さ方向1次元の定常状態における物理量の空間分布を解くモデルである。図2のように縦軸マグマ溜り圧力 P , 横軸噴出量 Q としたとき, 一般的にS字カーブ (以下では, 定常 P - Q 曲線と呼ぶ) となる。これらのモデルの長所, 短所は以下のようにまとめられる。

長所: 物理的要因の理解が可能な定常 P - Q 曲線が求まる。

短所: 時間発展を解かないため, 定常 P - Q 曲線を用いて安定性条件は得られない。

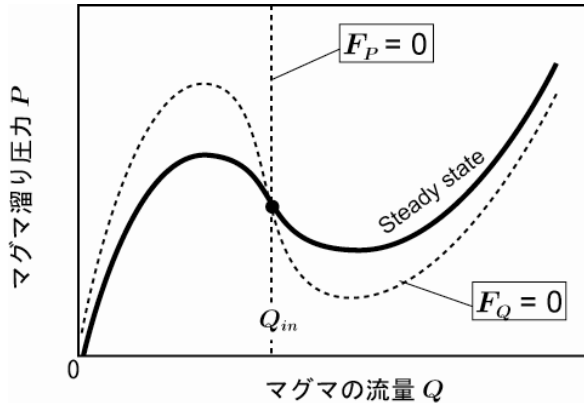


図2. Q - P 平面での定常 P - Q 曲線とヌルクラインの関係. P ヌルクラインと Q ヌルクラインの交点が平衡点で, その平衡点の集合が定常 P - Q 曲線となる。

2) 2変数力学系モデル (Whitehead et al.[1991], Ida [1996], Wylie et al.[1999], Maeda [2000])

火道の流れについては空間平均をとって Q のみの一変数で表し, マグマ溜り圧力 P との時間発展を解いたモデルである。本研究の解析により, それぞれのモデルは数理的定式化が異なっているが, 統一的な表式で表すことができることが分かった。それらは, 図1のように, マグマ溜りの圧力 P の変化がマグマ溜りに入ってくる流入量 Q_{in} と火道の流量 Q とのバランスで決まり, 火道の流れが定常ポアズイユ流であると仮定し, 基本的には無次元量を用いて, 以下のような形で表すことができる。

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = Q - Q_{in} = F_P(P, Q) \\ \frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{P} \left[\frac{dP}{dt} - \frac{d\mu}{dt} Q \right] = F_Q(P, Q) \end{cases} \quad (1)$$

それぞれのモデルは, 粘性 μ の変化の物理要因 (例えば, 温度やマグマ中の溶存ガス量) が異なるために, 数理的には異なった形をした $d\mu/dt = F_\mu(P, Q)$ となる関数をもつ。しかしながら, それらのモデルは共通して, Q が増加すると, 粘性が小さくなり, さらに Q が加速されるメカニズムをもつ。このメカニズムと弾性変形するマグマ溜りの相互作用により周期変動が生み出される。これらのモデルは, 線形安定性理論から, $F_P = 0$, $F_Q = 0$ を満たす曲線 (以下では, それぞれ P ヌルクライン, Q ヌルクラインと呼ぶ) を考えることによって安定性を調べることができる。

長所: 線形安定性解析により, 安定性条件, 周期が容易にもとまる。

短所: Q ヌルクラインの物理的要因が不明瞭

3) ハイブリッドモデル (Barmin et al.[2002])

定常流モデルの空間依存性と2変数力学系モデルの時間依存性の両方を考慮したモデルである。空間依存性として, ステップ状に変化する粘性を考慮し, 時間依存性としては2変数力学系モデルと同様に圧力 P と流量 Q を考慮し, 粘性の空間分布の時間発展を解くモデルである。

長所: 粘性の空間分布の時間変化がわかる。

短所: 安定性解析が未解決。

以上のような過去の研究から, 定常流モデルから得られる定常 P - Q 曲線と2変数力学系モデルから得られる P - Q ヌルクラインとの関係を明らかにすることによって, 偏微分方程式モデルを含むすべてのモデルで得られる定常 P - Q 曲線を用いて安定性や周期を求め, さらに, その定常 P - Q 曲線から得られる安定性条件がどのような物理的要因によるのかをハイブリッドモデルによって明らかにする。

2. 2変数力学系モデル

2変数力学系モデルで、定常 P - Q 曲線を用いて安定性条件を表すことができるか調べるために、まず Q ヌルクラインから安定性条件を求め、次に Q ヌルクラインと定常 P - Q 曲線との関係を調べる。平衡点 (Q_f, P_f) (P ヌルクラインと Q ヌルクラインの交点) の安定性は、線形安定性理論から、 P ヌルクラインが $Q = Q_m$ (Q - P 平面で縦線) で表される場合、 Q ヌルクラインが平衡点で負の傾きをもつとき不安定となり、周期的変動を引き起こす。(図2参照)

2変数力学系モデルは定常 P - Q 曲線と Q ヌルクラインの関係から4つに分類することができた。 $F_\mu(P, Q) = 0$ (μ ヌルクライン) と定常 P - Q 曲線が一致している場合には、図3のように図学的に定常 P - Q 曲線のみを用いて、定常 P - Q 曲線の傾きから平衡点の安定性を知ることができることが分かった。平衡点の不安定条件は定常 P - Q 曲線の傾きを用いて以下のように表される。

$$\frac{dP_f}{dQ_m} < -\frac{\gamma\tau}{V_{ch}} \quad (2)$$

ここで、 τ は粘性変化に関するパラメータ、 γ 、 V_{ch} はそれぞれマグマ溜りの剛性率、体積である。また、分岐点における周期は、以下のように平衡点の値とその点での定常 P - Q 曲線の傾きから見積もることができる。

$$T = 2\pi \sqrt{-\frac{P_f}{Q_m} \frac{dP_f}{dQ_m} \frac{V_{ch}}{\gamma}} \quad (3)$$

このように、定常 P - Q 曲線と Q ヌルクラインとが一致しない場合でも、定常 P - Q 曲線と μ ヌルクラインとが一致していれば、定常 P - Q 曲線を用いて、安定性と周期を知ることができることが分かった。

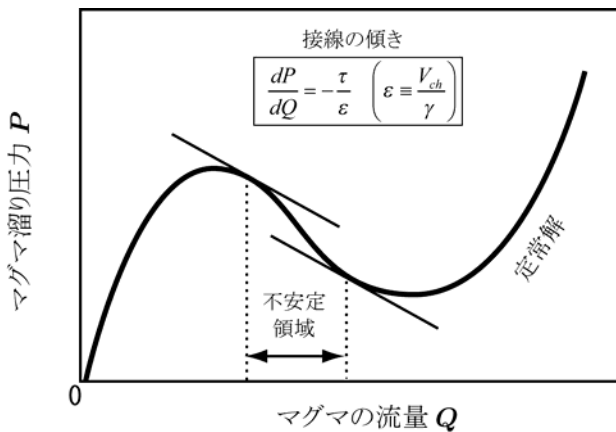


図3.

μ ヌルクラインと定常 P - Q 曲線が一致している場合の不安定領域。 Q - P 平面での定常 P - Q 曲線とその傾きから不安定領域を得ることができる。流入量 Q_m がこの領域にあるときは周期的変動を引き起こす。 τ はマグマ中の溶存ガスの減衰時間を表し、粘性はこの溶存ガスに依存する。 τ が大きいほど、減衰に時間がかかり、溶存ガスがマグマ中に残るため、火道全体の平均粘性が減少する。

3. ハイブリッドモデル

Barmin et al. [2002]では結晶化によって粘性がステップ状に μ_1 から μ_2 に増加するモデルによって、流量 Q が増加すると、結晶化の時間がなく粘性が下がるために、 Q がさらに増加するメカニズムが提案された。2変数力学系モデルとの関係を調べるために、このモデルでBarmin et al. [2002]とは異なる定式化を行うと、以下のように、粘性が一定の時間遅れ t_* を含む流量 Q の関数として表された。

$$\mu = \frac{1}{L} [\mu_1 x_* + \mu_2 (L - x_*)] \left[x_* \equiv \int_{t-t_*}^t \frac{Q(s)}{\pi r^2} ds \right] \quad (4)$$

ここで、 x_* は粘性がステップ状に変化するマグマ溜りからの距離である。このモデルは、式(1)のように基本的には P 、 Q の関数で表すことができるが、粘性変化 $d\mu/dt = F_\mu(P, Q)$ の中に時間遅れ t_* をもつ流量 Q を含むため、無限の変数をもつ力学系モデルとなる。このモデルにおいても、定常 P - Q 曲線を用いて安定性条件と分岐点での周期が求められるか調べた。

まず、Farmer [1982]の方法と同様にして、線形安定性理論から、平衡点の安定性と分岐点での周期を解析的に求めた。その解析的に求めた周期は式(3)によって近似的に表せることが分かった。このことは、不安定条件が定常 P - Q 曲線を用いて近似的に次のように表せることを意味する。

$$\frac{dP_f}{dQ_m} < -\frac{t_* \gamma}{2 V_{ch}} \quad (5)$$

このようにして、時間遅れをもつ力学系モデルにおいても定常 P - Q 曲線を用いて、近似的に安定性条件とその分岐点での周期が表せることが分かった。

4. 偏微分方程式モデル

偏微分方程式モデルを用いて、定常解曲線から得られる周期と比較した。溶岩ドーム噴火でマグマが火道を上昇する際に脱ガスが効果的に起こって密度が一樣となり、火道の流れが一樣な場合には、偏微分方程式モデルにおいても、定常 P - Q 曲線を用いて安定性条件と分岐点での周期が表せることが分かった。

5. 地球物理学的応用

以上のような解析から、これまでの火山学におけるさまざまな2変数力学系モデル、時間遅れを含む力学系モデル、定常流モデルに共通する周期変動の一般的性質として、その周期が、平衡点 (Q_f, P_f) とその平衡点での定常 P - Q 曲線の傾きから得られる周期 T (式 (3)) で表されることを見出した。

この周期は、図4のように Q - P 平面における解軌道が平衡点近傍 (TYPE B) にあり、 P , Q がサインカーブ的に時間変化する場合、分岐点以外の不安定領域においても、近似的に成り立つことが分かった。その周期は、基本的には、マグマ溜りの深さ (L) と大きさ (V_{ch}) の積に依存し、マグマ溜りが深く、その体積が大きいほど長くなる。その積 (LV_{ch}) がさらに大きくなると、図4のように定常 P - Q 曲線に沿う解軌道 (TYPE A) となり Q の急激な変化が生じる。その周期は、Barmin et al.[2002]で求められたように、定常 P - Q 曲線を用いて求めることができる。以上のことから、2つのタイプのうち、図1のサインカーブ的な傾斜の時間変動はTYPE Bに相当し、浅く体積の小さな圧力源の圧力変動に対応すると考えられる。

TYPE B の周期は、不安定の必要条件を用いて近似することで、観測や実験から得られる物理量だけで表すことができる。観測から、マグマ溜りの深さや火道半径などが見積もられているが、マグマ溜りの大きさについては、観測によって桁で見積もり量が異なる。そこで、観測から得られる周期をもとに、TYPE B の周期からマグマ溜り体積の見積り幅を決定した。その結果、図5のように、数10時間の周期をもつ傾斜変動は、浅く体積の小さな圧力源の変動を表し、数年の周期をもつ噴出量変化は、深く体積の大きな圧力源の変動に対応していることが分かった。これは、現在観測されている傾斜変化と噴出量変化は、それぞれ異なる圧力源の変動を捉えていることを意味する。このことから、傾斜観測とは異なるGPS観測などによって、深い圧力源の長周期の圧力 P の時間変動を観測することができれば、現在観測されている噴出率変化を用いて Q - P 平面上で流量 Q と圧力 P との振舞いを描くことができる。

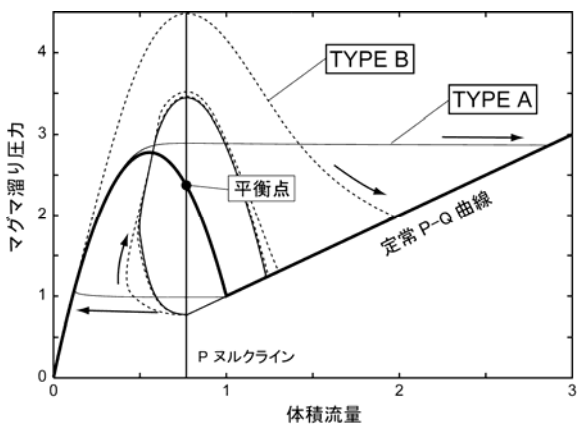


図4(左): 2つのタイプの周期。
TYPE A: 定常 P - Q 曲線に沿った解軌道。TYPE B: 平衡点近傍の解軌道。

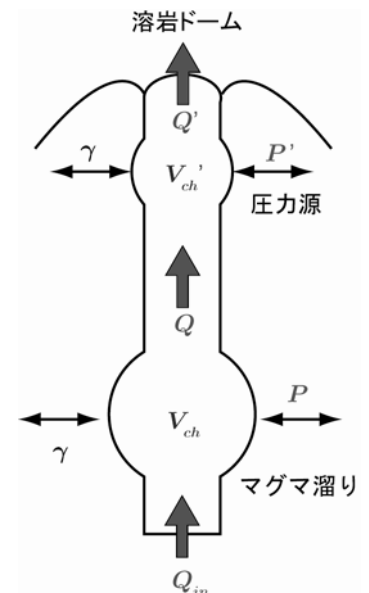


図5(右): 火道の概略図。圧力源は2つあり、傾斜観測では P' の変動を観測し、噴出率変化は Q の変動を観測していると考えられる。

参考文献: (1) J. J. Wylie et al., *Science* 285 (1999) 1883-1885, (2) A. W. Woods and T. Koyaguchi, *Nature* 370 (1994) 641-644, (3) O. Melnik and R.S.J. Sparks, *Nature* 402 (1999) 37-41, (4) J. A. Whitehead and K. R. Helfrich, *JGR* 96 (1991) 4145-4155, (5) Y. Ida, *GRL* 23 (1996) 1457-1460, (6) I. Maeda, *JVGR* 95 (2000) 35-47, (7) A. Barmin, O. Melnik, and R.S.J. Sparks, *EPSL* 199 (2002) 173-184, (8) J. D. Farmer, *Physica D* 3 (1982) 366-393