

論文の内容の要旨

論文題目 「非線形整数計画問題に対する高次元構造に基づく解法」

氏名 齊藤 廣大

本論文では、非線形整数計画問題の厳密解法を扱う。非線形整数計画問題とは非線形性を有する整数計画問題のことであり、さまざまな問題を記述することができる。本論文では、非線形整数計画問題のうち、特に、「ハブネットワーク設計問題」、「2次準割当問題」、「準分離凸整数計画」、「ロバスト混合整数計画」を扱う。

ハブネットワーク設計問題は、航空路線や通信においてハブと呼ばれる物流の中継点を用いて効率的なハブ・アンド・スポーク・ネットワークを構築する問題である。既存の研究ではハブの配置とネットワークを同時に決定する問題が主流であったが、このような問題は変数の個数が多くなるなどの理由で大きな問題例では厳密解を求めることが困難である。そこで、本論文では特にハブの配置の決定は既知とし、ネットワークの設計のみを考慮する問題を扱い、2種類の混合整数計画問題による定式化を提案する。この定式化は、従来の定式化よりも変数の個数が少なくなることが特徴であり、ハブの配置が既知、あるいは候補が限られている状況では従来の定式化よりも実際の計算では有利である。また、計算機実験によって、これらの定式化のLP緩和がよい下界を与えることを確認する。

2次準割当問題は、2次0-1整数計画問題と呼ばれる非線形整数計画問題の一種であり、ハブネットワーク設計問題を特殊例として含む。本論文では、2次準割当問題の混合整数計画問題による定式化に対し、許容解全体の凸包である多面体(2次準割当多面体)を導入し、切除平面法の構築を目的として、多面体の考察を行う。まず、2次準割当多面体の基本的な幾何学的性質(次元、アフイン包を定める等式系)を明らかにし、ある妥当不等式の族が極大面を定めるための必要十分条

件を示す。さらに、この極大面を用いた切除平面法によって、ベンチマーク問題の最適解が容易に得られることを計算機実験によって示す。

準分離凸整数計画問題は、凸多面体内の整数格子点上で準分離凸関数を最小化する問題である。この問題に対し、整数線形計画問題における Graver テストセットを拡張し、最適性規準を示す。さらに、整数線形計画問題に対する整数基底法を拡張する。

ロバスト混合整数計画問題は、入力に不確定性をもつ混合整数計画問題に対し、ロバストな解のうちで最適化を行う問題である。この問題を整数制約をもつ錐線形計画問題(混合整数錐計画問題)として定式化し、一種の切除平面法による厳密解法を提案する。ロバスト混合整数計画の観点からは、従来の本質的に線形な不確定性に対し、本論文は楕円体の不確定性という非線形な不確定性を扱った点が新しい。また、本論文の解法は、通常の混合整数計画問題に対する Benders 分解法の自然な拡張である。Benders 分解法の特徴は、分枝限定法などの緩和問題に基づく従来の解法と異なり、各反復が通常の混合整数計画問題であり、切除平面を発見する分離問題が錐線形計画問題になることにある。従来の分枝限定法においては、緩和問題は錐線形計画になり、内点法によって効率的に解くことはできるが、線形の場合に用いられる単体法に基づく解法が利用できない。また、分枝限定法の実装は分枝ルールなどの工夫が重要であるが、混合整数錐計画問題に対する定評のある実装は未だ存在しない。一方、本論文が提案する Benders 分解法は、既存の優れた混合整数計画ソルバを利用できることが利点である。

本論文の手法に共通する考え方は、新たに変数を導入することで非線形な問題を高次元において線形の場合に帰着させることや、逆に、高次元における非線形な問題を射影によって低次元の問題に変換することで線形な問題(の極限)として表現することである。

(以上)