

審査の結果の要旨

論文提出者氏名 笠 真生

統計力学においては相転移や臨界現象は中心的なテーマであるが、通常は不規則性のないクリーンな系を扱う。これに対しランダムネスの存在下では、クリーンな系には見られない臨界現象、臨界点が現れることがある。代表的な例は、スピングラス系に見られる多重臨界点、不規則電子系におけるAnderson金属-絶縁体転移などであり、ランダム臨界点と呼ばれている。クリーンな系の臨界現象にくらべランダムな臨界点、臨界現象に対する我々の理解は必ずしも十分ではなく現代の基礎物理学研究の重要な課題の一つである。

このランダム臨界点近傍では局所的な物理量が統計的に激しく揺らぐことが多くの研究によって知られている。ランダム系では物理量は乱れの配置に依存したランダム変数であり、局所的な量、例えば、相関関数や、Anderson局在の問題におけるコンダクタンスや局所状態密度(LDOS)などは、サンプルごとに大きく揺らぎ得る。この局所的物理量の統計的な揺らぎは、その空間分布、空間的構造にも影響をあたえ、ランダム臨界点を特徴づけるためには、単一の臨界指数では十分ではなく、臨界指数のスペクトラムが必要であり、マルチフラクタル的であるといわれる。これらはランダム臨界点の特徴的性質として、物理量の平均値だけでなく、その分布関数全体の重要性を強く示唆するものといえよう。従って、クリーンな臨界現象に対する解析の基本的な道具である繰り込み群を、ランダムな臨界現象において適用するのであれば、それは物理量の分布関数全体に対して定式化することが有効であると考えられる。

以上のような問題意識を背景として、本博士論文では、ランダムネスが引き起こす臨界現象と、それに対する繰り込み群のアイデアの適用に対する理解を深めるべくエネルギースペクトラムにカイラル対称性と呼ばれる特殊な粒子正孔対称性が課された系のAnderson局在の問題を、1次元、2次元において議論した。

第1章では、本研究の背景として、ランダム系の量子相転移と研究現状に関して概説し、これらを踏まえた上で本研究の目的を示し、さらに本論文の構成について述べている。

第2章では1次元の場合に対し、局所状態密度(LDOS)分布を汎関数繰り込み群の方程式によって計算しランダムホッピング模型の非局在転移点直上でのLDOSの厳密な分布、及び、非局在転移点からずれたときの分布関数の振舞いを得た。特にDyson特異性とよばれる特異な状態密度の振る舞いに着目した研究を行っ

た。また局在長およびコンダクタンスの分布関数に対する議論も行い、数値的研究も行い解析解と比較し良い一致をみた。

第3章では、2次元のランダムホッピング模型のLDOS分布に対し、有効場の理論と繰り込み群を使って解析を行った。この模型のバンドの中央は臨界点(線)になっており、理論に無限個の負のスケール次元のオペレーターが存在する。このことは、冒頭で述べた、激しいサンプル間の揺らぎとマルチフラクタル性というランダム臨界点の二つの特徴を反映している。これに対応し、バンド中央ではGade特異性とよばれる状態密度の特異な振る舞いが生ずる。本論文では、これらの無限個のスケールリングオペレーターに対し1ループの繰り込み群の解析を行い、局所状態密度分布が従う汎関数繰り込み群方程式は、

Kolmogoroff-Petrovsky-Piscounoff (KPP)方程式と呼ばれる非線形偏微分方程式に帰着されることを示した。このKPP方程式は、フリージングと呼ばれるグラス的な振舞いを示すことが過去の研究により知られており、本研究ではこれらの研究に基づき検討を加えた。このGade特異性に関しては理論的に幾つかの提案があり混乱した状況にあったが、この方程式の解析により本論文で得られた結果は他のランダムネスの強い極限からの描像とコンシステントであることを示した。またこれらの結果も数値的研究と可能な限り比較を行いコンシステントな結果を得ている。

第4章では、本研究の結果をまとめ、最後に課題と今後の展望を述べている。また研究に用いた計算の細部は付録としてまとめてある。

以上、本研究は、1, 2次元のランダムホッピング模型に対して種々の方法で解析的な研究を行い、可能な点については数値的研究との比較を行いその実証性を示したものである。ランダム臨界点のなかでもランダムホッピング模型はカイラル対称性という付加的対称性を持ち、幾つかの観点から取り扱いやすく理論的手法が有効に働く点においてユニークである。しかし一方では長期的には本論文で使われたランダム系に特有な様々な概念や手法が、量子ホールプラトー間転移などのカイラルクラス以外のAnderson 局在の問題の問題や、ランダムスピン系などの不規則古典統計系にフィードバックされうると期待できる点でその波及効果は大きいと考える。本研究によって、従来手法では得られなかった新しい知見を提示し、特定の模型に関してはあるがランダム系に対する有効な知見を得た点で意義のある成果である。これらは、理工学の発展への寄与が大きいと判断できる。

よって、本論文は博士(工学)の学位論文として合格と認める。